



Instabilités spinodales dans les noyaux atomiques

Bertrand Jacquot

► To cite this version:

Bertrand Jacquot. Instabilités spinodales dans les noyaux atomiques. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université de Caen, 1996. Français. NNT : . in2p3-00008710

HAL Id: in2p3-00008710

<https://hal.in2p3.fr/in2p3-00008710>

Submitted on 22 Jan 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Caen

THESE

présentée

par

Bertrand Jacquot

pour obtenir

le GRADE de DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE CAEN

Spécialité : Physique nucléaire théorique

sujet :

**INSTABILITES SPINODALES
DANS LES NOYAUX ATOMIQUES**

soutenue le 14 octobre 1996 devant le jury composé de:

Monsieur	X. CAMPI	
Monsieur	Ph. CHOMAZ	Directeur de Thèse
Madame	M. COLONNA	
Monsieur	J. CUGNON	Rapporteur
Monsieur	J. RICHERT	Rapporteur
Monsieur	B. TAMAIN	Président

A mes parents...

Remerciements

Je remercie les membres des équipes de direction qui se sont succédées à la tête du GANIL pendant ma thèse, c'est-à-dire Samuel Harar, Daniel Guerreau et Jérôme Fouan, pour m'avoir accueilli dans leur laboratoire et permis de réaliser ce travail dans de bonnes conditions. Je remercie le CEA et la région Basse Normandie pour m'avoir subventionné pendant ces trois années.

Messieurs Bernard Tamain, Joseph Cugnon, Jean Richert, Xavier Campi et Madame Maria Colonna ont eu la gentillesse d'accepter de faire partie de mon jury de thèse, malgré leur emploi du temps chargé. Je les remercie pour l'attention qu'ils ont portée à la lecture du manuscrit, et tout spécialement Jean qui m'a aidé à en améliorer la rédaction.

J'ai réalisé ce travail au sein d'une équipe des plus dynamiques composée de Philippe Chomaz, Maria Colonna et Alfio Guarnera.

Sans le constant soutien de Philippe, mon directeur de thèse, je n'aurais sans doute pas mené à son terme ce travail. Il m'a assisté dans toutes les phases de l'élaboration de la thèse. Sa vivacité d'esprit, sa disponibilité et son enthousiasme m'ont souvent permis de surmonter les difficultés et les phases de découragement. Je lui dois beaucoup tant au plan scientifique qu'au plan personnel et quelques lignes ne suffiront pas à exprimer combien j'ai apprécié de travailler à ses côtés. Merci Philippe pour m'avoir supporté pendant ces trois années...

Maria a également participé activement à ma formation scientifique : pendant les deux années où nous avons partagé le bureau, elle a porté une attention bienveillante à mon travail et joint ses efforts à ceux de Philippe pour me donner le goût de la recherche.

Je tiens aussi à remercier Alfio, le plus discret mais pas le moins actif du groupe, pour son aide efficace et appréciée.

J'ai eu l'opportunité de travailler avec Sakir Ayik, au Ganil et pendant un mois à Tennessee Technological University où il m'a accueilli. Grâce à son aide nous avons pu aboutir sur deux projets importants pour ma thèse. I have really appreciated working with him, and I would like to thank him for his kindness.

Je tiens également à remercier les autres membres du groupe de physique théorique du Ganil pour les discussions que nous avons eues ensemble et les livres qu'ils ont pu me prêter : je veux parler de David Boilley, Pete Van Isaker, Marek Ploszajczak et Cristina Volpe.

D'autres personnes ont apporté une contribution indirecte mais non moins importante à ce travail. Ainsi pour le bon déroulement de cette thèse, j'ai pu bénéficier des conseils de mes collaborateurs et collègues caennais dans des domaines connexes à la physique théorique : mécanique-auto, gastronomie internationale, social, logistique des soutenances de thèse, orthographe, informatique et multimédia, télévision, langues étrangères, vins et spiritueux, sophrologie appliquée, bicyclette, salsa, assedic et recherche d'emploi... Je tiens donc ici à remercier infiniment pour leur concours dans leur domaines d'expertise respectifs : Pepe et Lola, Marielle, Alfio et Maria, Mylène et Olivier, Philippe et Patricia, David et Miéko, Carlos, Paco, Marion, Christine, Annick, Dominique, Bernd, Xavier, Jean-marc, Monique, Olivier et Christelle, Giuseppe, Yann, Abdou et Samira, Stéphanie et Geoffroy, Gines et Imma, Vito, Rose Enrique, Cristina, Gérard, Jean-Pierre et Christiane, Wolfi et Odile, Pete, Laurent, Denis, Hervé, Frédéric.

Table des matières

0	Introduction	5
1	Concepts et mots clés	9
1.1	Multifragmentation	9
1.1.1	Phénomène physique	9
1.1.2	Modèles et simulations pour la multifragmentation	10
1.2	Instabilités spinodales	13
1.2.1	Un scénario possible pour la multifragmentation	13
1.2.2	Equilibre liquide-gaz dans les fluides classiques	13
1.2.3	Dynamique d'une transition de phase	17
1.2.4	Système nucléaire	18
2	Validité des approches de champ moyen	23
2.1	Les méthodes de champ moyen	23
2.2	Etude d'un fluide classique: phénoménologie	25
2.2.1	Diagramme de phase	25
2.3	Analyse en terme de champ moyen	30
2.3.1	Du son 1 au son 0	32
2.3.2	Excitation collective du fluide	34
2.4	Comparaison du champ moyen et de la dynamique moléculaire	38
2.5	Décomposition spinodale et champ moyen stochastique	39
2.6	Champ moyen et noyau atomique	42
2.7	Conclusion	44
3	Régularité et chaos dans la région spinodale	47
3.1	Introduction	47
3.1.1	La multifragmentation: un phénomène chaotique?	47
3.1.2	Le chaos : généralités	49
3.2	Equation de Vlasov et régime chaotique	51
3.2.1	Simulation de l'équation de Vlasov	52
3.2.2	Propagation des modes normaux	53
3.2.3	Etude des non-linéarités	54

3.2.4	Dynamique de systèmes initialisés aléatoirement	57
3.2.5	Dynamique Vlasov et dynamique linéaire	65
3.2.6	Sensibilité aux conditions initiales et exposants de Lyapounov	67
3.3	Mémoires des instabilités et "freeze out"	70
3.4	Conclusion	71
4	Méthode variationnelle pour les instabilités spinodales	73
4.1	La théorie de Thomas-Fermi statique	73
4.2	Vers une approche dynamique	74
4.3	Etude d'une boîte périodique	76
4.3.1	Relations de dispersion	76
4.3.2	Echelle de temps pour la fragmentation	77
4.3.3	Rôle de l'interaction coulombienne	79
4.4	Instabilités spinodales dans les noyaux	81
4.5	Formation et instabilités des noyaux bulles	88
4.6	Discussion des corrections quantiques	90
4.7	Conclusion	91
5	Approche quantique pour les instabilités	95
5.1	Introduction	95
5.2	Linéarisation de l'équation de Hartree-Fock	96
5.3	Equation de dispersion	99
5.4	Instabilités dans les noyaux	101
5.4.1	Choix de l'opérateur de contrainte	103
5.4.2	Rôle de la température	108
5.4.3	Rôle de l'interaction coulombienne	108
5.4.4	Effet de la portée des forces	110
5.5	Transition des modes de surface aux modes de volume	110
5.6	Limite d'instabilité d'un noyau isolé	112
5.6.1	Le concept de température limite	113
5.6.2	Explosion thermique d'un noyau	113
5.6.3	Limite de spinodale pour un système fini	115
5.7	Conclusion	119
6	Conclusion	121
A	Méthode variationnelle	125
A.1	Théorie de Thomas-Fermi généralisée	125
A.2	Calcul de M_L et C_L	126
A.2.1	Termes non-coulombiens	127
A.2.2	Termes coulombiens	130

B	RPA	131
B.1	RPA dans une boîte périodique	131
B.2	Calcul de l'équation de dispersion pour un noyau sphérique	132
C	Comparaison des différentes approches	135
C.1	Réponse linéaire à l'équation de Vlasov	135
C.2	Méthode variationnelle	136
C.3	RPA pour un cube de matière	136
C.4	Discussion	137

Introduction

Les collisions noyau-noyau permettent de préparer la matière dans des états extrêmes de densité, de moment angulaire ou encore d'isospin. Des indications sur les conditions d'existence et le comportement d'un système de hadrons très excités pourraient s'avérer essentielles dans une grande variété de problèmes fondamentaux en physique nucléaire certes, mais également en astrophysique et en cosmologie.

L'étude de variables collectives permet souvent, sans introduire explicitement les données microscopiques, de décrire des phénomènes invoquant un grand nombre de particules (transition de phase, échange de chaleur, écoulement des fluides...). Ainsi, en mécanique statistique la connaissance des relations entre des variables globales comme la température, la pression, la densité pour un corps à l'équilibre (c'est-à-dire les équations d'état) permet de prévoir quantitativement le comportement macroscopique de ce corps.

La connaissance des propriétés globales des noyaux à l'équilibre (densité de saturation, énergie de liaison) ou encore le comportement des noyaux proches de l'équilibre (fréquence de la résonance géante monopolaire), mais aussi la compréhension des propriétés microscopiques ont permis d'établir une équation d'état pour un fluide de nucléon à des conditions de température et de densité proche de celles du noyau atomique.

Etudier une matière de nucléons à plus haute densité et à plus haute température n'est possible que dans des contextes très particuliers: Par exemple, lors de l'effondrement d'une étoile massive (supernovae) on atteint des températures de plusieurs milliards de degrés. Sur terre, de telles conditions ne sont accessibles que lors de collisions noyau-noyau. Pour appréhender des phénomènes aussi violents, les seules propriétés statiques de la matière ne peuvent suffire: Il faut être également capable de décrire la dynamique des systèmes hors-équilibre sur la base de théories microscopiques ou d'équations cinétiques.

Pour des noyaux proches de l'équilibre, la physique nucléaire a su développer des approches qui se sont révélées très puissantes. L'utilisation de modèles à

particules indépendantes, puis des concepts de champ moyen avec des forces effectives ont permis d'obtenir une image satisfaisante des propriétés statiques des noyaux. Des approches dynamiques ont permis d'appréhender pour la nature des mouvements collectifs de faible amplitude tels que les résonances géantes, ou des mouvements lents tels que la fission.

Par contre, les méthodes à mettre en oeuvre pour comprendre la dynamique de systèmes quantiques loin de l'équilibre sont encore objet de débat. Dans cette thèse, nous réfléchirons sur les méthodes à employer pour décrire la dynamique de noyaux qui ont été conduits à des densités de l'ordre du tiers de la densité de saturation. Un noyau préparé dans ces conditions devrait se désintégrer en de nombreux fragments.

En effet, les propriétés de l'interaction nucléon-nucléon (une partie répulsive à courte portée et une partie attractive à plus longue portée) suggèrent que le diagramme de phase de la matière nucléaire est de type liquide-gaz. Lors d'une collision nucléaire, un noyau pourrait subir, après une phase de compression, une expansion vers des domaines de basse densité et il devrait rencontrer la région d'instabilité liquide-gaz (dite région spinodale). Dans cette région instable les fluctuations de densité vont être amplifiées jusqu'à briser le noyau en de multiples fragments. Ce type de transition de phase pourrait être à l'origine de la multifragmentation nucléaire observée dans certaines collisions noyau-noyau à des énergies incidentes de l'ordre de 10 à 100 MeV par nucléon.

La description de la dynamique des transitions de phases du premier ordre telles que les décompositions spinodales des fluides classiques est toujours un sujet d'actualité [GUN80]. Les méthodes utilisées dans le cas des fluides classiques, sont souvent purement phénoménologiques avec de nombreux paramètres ajustables, et nous essayerons au chapitre 2 [JGC96a] de fonder la description de la décomposition spinodale sur des bases microscopiques et de concepts de champ moyen. Si la validité des concepts de champ moyen est assurée dans le cas de fluide dilué uniforme, la question est plus délicate dans le contexte d'une transition de phase du premier ordre où de larges fluctuations de densité apparaissent. Les approches dynamiques standards utilisées en physique nucléaire sont des approximations de champ moyen, il est donc nécessaire de tester la pertinence de telles approximations dans le cas d'une décomposition spinodale. La décomposition spinodale d'un fluide classique mène très rapidement à la formation de domaines de taille régulière liée à l'amplification initiale de certains modes privilégiés de longueur d'onde donnée. Nous montrerons, également, comment les taux d'amplification de ces modes peuvent être calculés sur la base de linéarisation d'une équation de champ moyen du type Vlasov.

Dans le chapitre 3 [JGC96b, JCC95], nous étudierons la dynamique de la formation de fragments dans un morceau de matière nucléaire dans la région spinodale. Comme dans le cas d'un fluide classique, le début d'une décomposition

spinodale se traduit systématiquement par l'amplification de modes instables. Nous étudierons notamment si des traces de ces instabilités initiales peuvent être conservées au cours du temps, ou si au contraire la dynamique devient rapidement chaotique.

Dans les deux chapitres suivants, nous étudierons plus spécifiquement le cas d'une décomposition spinodale d'un noyau atomique. Grâce à des approches basées sur la théorie de la réponse linéaire nous calculerons les taux de croissance des modes instables de champ moyen. Ainsi, dans le chapitre 4 [JAC96], nous utiliserons une approche semi-classique basée sur l'emploi d'une densité d'énergie de type Thomas-Fermi qui nous permettra de dégager les principales caractéristiques d'une décomposition spinodale dans un noyau.

Nous terminerons au chapitre 5 [JCA96] par une approche quantique de type RPA qui nous permettra d'étendre notre étude des instabilités de champ moyen dans un large domaine de densité et de température...

Mais tout d'abord, nous allons commencer au chapitre 1 par un bref rappel du contexte de la physique des collisions noyau-noyau aux énergies intermédiaires et des concepts liés aux transitions liquide-gaz.

Chapitre 1

Concepts et mots clés

Cette thèse est une étude de la décomposition spinodale dans le cadre de la physique nucléaire. Ce type de processus pourrait être à l'origine de la multifragmentation observée dans certaines réactions nucléaires...

1.1 Multifragmentation

Dans les collisions noyau-noyau à des énergies de bombardement entre 10 et 100 MeV par nucléon (collisions aux énergies intermédiaires) se produit un phénomène très violent menant à la formation de nombreux fragments de tailles très diverses. La compréhension de ce processus appelé multifragmentation nucléaire repose sur la connaissance de l'équation d'état et des propriétés dynamiques du système lors de la collision.

1.1.1 Phénomène physique

Lors d'une collision noyau-noyau à une énergie donnée on peut exciter plus ou moins fortement les noyaux cibles et projectiles en fonction du paramètre d'impact de la réaction. L'énergie d'excitation des noyaux avant qu'ils se désexcitent E^* peut par exemple être estimée en sommant les énergies cinétiques ϵ_c des différentes particules émises moins le défaut de masse Q (méthode calorimétrique).

A basse énergie d'excitation ($\approx 1-2$ MeV [MOR88]) un système nucléaire fragmente par une succession de cassures binaires appelée fragmentation séquentielle: un noyau possédant une énergie d'excitation de l'ordre de 1-2 MeV se désexcite en fissionnant ou en "évaporant" des particules légères qui peuvent à leur tour se désagréger. Cette image d'une émission successive de particules permet de reproduire, d'une façon assez satisfaisante, l'évolution de distribution de masse en fonction de l'énergie déposée initialement dans le noyau. L'étude des spectres en énergie cinétique de certaines particules ont permis d'extraire des indices signalant une thermalisation du système [DUR93]. Ainsi les distributions

en énergie cinétique $P(\epsilon_c)$ de certains fragments (alpha, proton) se sont révélées en accord avec la théorie de Weisskopf de la décroissance statistique qui donne:

$$P(\epsilon_c) = \frac{\epsilon_c - B}{T^2} e^{\frac{\epsilon_c - B}{T}} \quad (1)$$

De la comparaison des distributions en énergie cinétique des fragments étudiés il est possible d'extraire la température T du noyau. Cette méthode valide à basse énergie d'excitation est plus délicate à employer pour des noyaux très excités. De nombreux effets (effet de recul, fragments de pré-équilibre,..) peuvent produire des températures "apparentes" supérieures à celle du noyau ou pis encore, ces températures "apparentes" pourraient également être un artéfact, l'accord avec des distributions issues de la théorie de Weisskopf ne garantit pas forcément un équilibre statistique. Là aussi, des informations sur la dynamique de la réaction, sur la provenance des fragments émis sont d'une grande importance pour s'assurer de la validité des théories utilisées dans l'analyse.

A haute énergie d'excitation ($E^*/A = 3 - 4 \text{ MeV}$) de nombreuses expériences ([BOU89, BIZ93, LOP93],...) semblent indiquer un processus beaucoup plus violent et rapide qu'une désexcitation séquentielle: une "**multifragmentation**" [BON79]. Le système nucléaire se briserait directement en de nombreux fragments. Un tel processus pourrait nous apporter des informations significatives sur les noyaux très excités et, notamment, sur l'équation d'état de la matière nucléaire. Des corrélations entre particules émises semblent indiquer que les processus mis en jeu se déroulent sur des intervalles de temps de l'ordre de 100-200 fm/c [DUR95]. Dès lors, les modèles utilisant des processus d'émissions séquentielles indépendantes manquent certainement de pertinence sur des échelles de temps aussi rapides.

1.1.2 Modèles et simulations pour la multifragmentation

De nombreux modèles théoriques tentent de décrire tel ou tel stade de la réaction, citons quelques uns d'entre-eux et leur principales hypothèses :

-Les modèles statistiques ([BON95, FAI83, GRO90, LOP90],...).

Ces modèles s'appuient sur des concepts de thermodynamique. Ils supposent tous que la source nucléaire, avant de se désintégrer, a atteint un équilibre thermodynamique total ou partiel des degrés de liberté invoqués dans la réaction. La grande variété des modèles utilisés reflète la difficulté de donner une description satisfaisante des phénomènes liés à la désintégration des noyaux. Pour des énergies d'excitation comprises entre 2 et 10 MeV par nucléons, il existe de nombreux modes de désexcitation pour un noyau. Il paraît donc raisonnable d'essayer, dans un premier temps, de traiter le problème statistiquement pour décrire les partitions de fragments. Dans les approches statistiques, on calcule la probabilité associée à chaque voie de désexcitation. Ces probabilités sont proportionnelles à

un poids statistique, calculé dans un des ensembles thermodynamiques (micro-canonique, canonique, ou grand canonique suivant les modèles).

Tous ces modèles possèdent des hypothèses et des paramètres ad-hoc souvent difficile à justifier (volume où s'équilibre les partitions de fragment [BON95, GRO90], équilibre en température [BON95]).

Les approches du type phénomènes critiques (percolation, et transition liquide-gaz près du point critique) supposent que la multifragmentation est reliée à une transition de phase de deuxième ordre. De tels phénomènes sont dominés par de larges fluctuations et la fonction de corrélation $C(r)$ des fluctuations de densité décroît comme une puissance de r . L'allure des distributions expérimentales de fragments laisse parfois entrevoir de grandes fluctuations et présente une forme en puissance de la taille des fragments ([FYN82, PAN84],...). Ceci semble avoir suggéré le signal d'un phénomène critique dans les noyaux.

Les tenants des transitions liquide-gaz du deuxième ordre ([SAU76, LYN82],...) supposent qu'au cours de la réaction le noyau excité passe par le point critique (à une densité et une température particulière) et s'y équilibre partiellement. Ils supposent également que les corrélations caractéristiques sont directement accessibles dans les distributions expérimentales de fragments.

La percolation [CAM85, BAU86] imagine les noyaux comme des agrégats de nucléons connectés par des liens. A mesure que l'on détruit des liens le cluster le plus important se réduit et est brisé au-dessus d'un pourcentage critique de liens détruits. Les modèles de percolation envisagent donc la multifragmentation, comme un processus très général relié à la transition de phase de percolation: Lorsque le nombre de liens critique a été brisé le système peut fragmenter en de nombreux fragments. Ces modèles de percolation ont permis de reproduire, d'une façon satisfaisante, des observables reliées aux distributions de fragments (moment d'ordre 1 et 2).

Si ce type de scénario, reposant sur une transition de phase de deuxième ordre, est pertinent, il indique que les distributions de fragments expérimentales sont très générales et ne sont pas reliées aux propriétés microscopiques des noyaux. Par ailleurs, les notions d'équilibre thermodynamique (même partiel) sont particulièrement délicates à employer pour des réactions aussi rapides et dans lesquelles de nombreux phénomènes différents vont se succéder. De ce fait, il est difficile d'obtenir des indications non ambiguës de l'étude de fragments finaux issus de processus sans doute complexes : collision, émission de fragment de pré-équilibre, formation de fragments primaires, désexcitation de ces fragments... Pour obtenir une image complète de ces processus, sans effectuer des hypothèses (difficiles à justifier) sur certains stades de la réaction, il est nécessaire de posséder des informations dynamiques sur l'évolution du système dès les premiers instants de la collision.

-Les modèles dynamiques.

Il existe plusieurs niveaux de description pour étudier la dynamique de systèmes

de particules : Le niveau microscopique où l'on s'attache à décrire le mouvement ou la fonction d'onde de chaque constituant du système. Le niveau cinétique où négligeant les caractéristiques quantiques du système on peut utiliser les équations du mouvement invoquant des quantités classiques moyennées comme la fonction de distribution à un corps $f(r, p, t)$ dans l'espace des phases (\mathbf{r}, \mathbf{p}) . Et enfin, le niveau hydrodynamique où les équations du mouvement n'invoquent que des quantités locales comme la densité $\rho(\mathbf{r})$ (voir chapitre 4).

Dans le cadre de la physique nucléaire, la résolution des équations du mouvement est impossible tant au niveau microscopique qu'au niveau cinétique, et il faut négliger certaines corrélations entre les constituants et pratiquer des approximations de champ moyen. Au niveau cinétique, ces approximations peuvent conduire à l'équation de Vlasov que nous utiliserons dans les chapitres 2 et 3. Au niveau microscopique, une approximation de champ moyen mène à l'équation Hartree-Fock dépendant du temps (TDHF) et nous l'utiliserons au chapitre 5. Les approximations de champ moyen sont basées sur l'emploi d'un potentiel $\bar{U}(\mathbf{r})$ simulant les interactions d'une particule avec les autres particules du système. Ces approximations ont démontré leur efficacité pour décrire de nombreux phénomènes collectifs dans les systèmes à N-corps et nous discuterons de leur applicabilité dans le cas d'une décomposition spinodale au chapitre 2.

Les équations microscopiques ne permettent pas de tenir compte aisément des collisions à deux corps. Par contre, ceci est plus facile dans une équation cinétique de type Vlasov où il est possible d'ajouter un terme de collision moyen prenant en compte le blocage de Pauli. Cette équation appelée Boltzmann-Uhling-Uhlenbeck (dite BUU voir par exemple [BER88]) sont des équations de champ moyen. Les approches BUU ont été abondamment utilisées pour décrire les collisions nucléaires. Elles permettent d'étudier les premières phases de la dynamique : la collision et les différents types de configurations produites suivant le paramètre d'impact de la collision, et la formation des fragments primaires. Les fluctuations dues aux collisions ne sont pas traitées dans ces approches de champ moyen. Par conséquent, dans ces approches un système sphérique ne peut pas évoluer vers la formation de fragments puisque, à priori, il ne possède pas de fluctuation pouvant spontanément briser la symétrie.

Pour palier cette difficulté, des théories ajoutant un terme stochastique simulant les fluctuations issues des collisions à deux corps ont été développés [ABR58, AYI88, AYI90, RAN90]. La validité de ces approches de champ moyen stochastique pour décrire une décomposition spinodale est testée dans le chapitre 3.

1.2 Instabilités spinodales

1.2.1 Un scénario possible pour la multifragmentation

Cette thèse est une contribution à l'étude d'un mécanisme possible pour expliquer la multifragmentation nucléaire : la décomposition spinodale. Ce terme barbare désigne en fait les processus d'instabilité qui mène un fluide classique homogène à amplifier des fluctuations de densité et à former des régions liquides et des régions gazeuses. Ce processus d'instabilité menant à la coexistence de deux phases se produit uniquement dans un domaine en température et en densité, que l'on nomme **région spinodale**.

La similarité entre l'équation d'état de la matière nucléaire et celle d'un fluide classique a été depuis longtemps remarquée. En effet, l'interaction nucléon-nucléon (N-N) se manifeste par une forte répulsion de courte portée et une queue attractive. Ces caractéristiques régissent également les interactions (ici, de type électromagnétique) entre les molécules d'un fluide classique. Dans les deux cas, les détails de l'interaction (échelle de longueur et d'énergie), ainsi que les propriétés statistiques (statistique fermionique pour le noyau atomique et statistique de Boltzmann pour les molécules) vont, bien sûr, influencer sur les valeurs des paramètres régissant l'équation d'état, mais l'allure générale reste tout à fait semblable.

Un scénario possible est que, lors de certaines collisions d'ions lourds, on forme un système nucléaire suffisamment chaud et comprimé pour qu'il se dilate et rejoigne la région spinodale [BER83, CUR83]. C'est alors que le système dynamiquement instable amplifierait la moindre fluctuation de densité et formerait des fragments. On attend ce type de scénario pour les collisions assez centrales (faible paramètre d'impact) et pour des noyaux lourds afin que la source ainsi formée ait accumulé suffisamment d'énergie de compression pour se dilater jusqu'à la région spinodale. L'étude des fluides classiques présente donc un intérêt illustratif pour la compréhension de l'équation d'état de la "matière nucléaire".

1.2.2 Equilibre liquide-gaz dans les fluides classiques

La thermodynamique est la science des états d'équilibre d'un corps dans la limite des grands volumes. L'équilibre d'un système isolé est un état d'entropie maximum.

Les conditions pour un équilibre local peuvent s'exprimer aisément en partant du principe d'entropie maximum : considérons un système isolé divisé en deux sous-parties A et B, de volume $V = V_A + V_B$ et contenant des particules d'espèce chimique ν . On a alors

$$N_\nu = N_{A\nu} + N_{B\nu} \quad (2)$$

L'énergie interne du système peut s'écrire comme la somme des énergies de A et B, il en est de même pour l'entropie.

$$U = U_A + U_B \quad S = S_A + S_B \quad (3)$$

Supposons fixées les quantités N_ν, V , et U . Une variation sur les variables des sous-systèmes peut produire une variation d'entropie. On a alors

$$\Delta S_T = \sum_i S_i(U_i, V_i, N_i) - S_i^0(U_i^0, V_i^0, N_i^0) \quad (4)$$

où les quantités U_i^0, V_i^0, N_i^0 dénotent les variables d'équilibre des sous-systèmes.

Si les fluctuations sont de faible amplitude on peut linéariser l'entropie :

$$S_i(U_i, V_i, N_i) = S_i^0(U_i^0, V_i^0, N_i^0) + \left(\sum_{X_i=U_i, V_i, N_i} \left(\frac{\partial S}{\partial X_i} \right)_{\bar{X}_i} \delta X_i + \sum_{X_i, Y_i=U_i, V_i, N_i} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial X_i \partial Y_i} \right)_{\bar{X}_i, \bar{Y}_i} \delta X_i \delta Y_i \right) \quad (5)$$

où par exemple $(\frac{\partial S}{\partial V_i})_{\bar{V}_i}$ signifie $(\frac{\partial S}{\partial V_i})_{N_i, U_i, T}$. Pour que (U_i^0, V_i^0, N_i^0) caractérisent un état d'équilibre, il est nécessaire que $S^0 = S_A^0 + S_B^0$ soit maximum :

- d'une part ceci signifie que les dérivées premières de S sont nulles. Cette condition signifie que S^0 est un extremum. En exprimant les différentes dérivées partielles et en injectant les contraintes (sur l'énergie totale, le nombre de particule et le volume), on obtient aisément que la température, la pression et le potentiel chimique des sous-systèmes doivent être égaux, soit

$$T_A = T_B \quad P_A = P_B \quad \mu_{A\nu} = \mu_{B\nu} \quad (6)$$

- par ailleurs, il faut que les dérivées secondes soient positives, l'entropie est alors une fonction concave au voisinage de (U_i^0, V_i^0, N_i^0) et est donc maximum. Bien qu'un peu plus long, le calcul donne ici les trois conditions suivantes:

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{T, N} > 0 \quad \left(\frac{\partial \mu}{\partial N} \right)_{T, P} > 0 \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{T, N} > 0 \quad (7)$$

Il est possible d'exprimer facilement la signification physique de chacune de ces inégalités. La première inégalité est la condition pour qu'un équilibre thermique soit réalisé. Si un petit excès d'énergie est ajouté à un élément du fluide, la température de cet élément doit augmenter par rapport à son voisinage. Un flot de chaleur va répartir l'énergie et tendre à restaurer l'équilibre initial. Si $C_V < 0$,

la température va décroître, et un flot de chaleur venu des éléments avoisinants du fluide va continuer à la faire décroître.

La deuxième condition exprime la stabilité chimique. Si l'on ajoute des particules à un système, son énergie doit augmenter. Dans le cas contraire ce système va chercher à absorber toutes les particules pour rejoindre un équilibre.

La dernière inégalité est reliée à la stabilité mécanique du système (celle qui nous intéressera tout particulièrement): Si le volume d'un élément du corps considéré augmente brusquement, la pression de cet élément doit diminuer par rapport à son voisinage. De ce fait, la pression plus importante des éléments avoisinant bloquera la croissance de cet élément. Lorsque la compressibilité κ_T est inférieure à zéro, le volume de l'élément continuera à croître menant à une instabilité dite spinodale.

L'équation d'état de Van Der Waals [WAA73] est d'une grande importance historique, puisque ce fut la première qui s'appliquait à la fois à la phase liquide et à la phase gazeuse. Au prix d'une approximation de champ moyen que nous décortiquerons au chapitre 2, on peut justifier cette équation à partir des interactions entre les constituants du fluide. Cette équation décrit d'une façon simple et réaliste les propriétés d'un fluide. La pression d'un fluide de Van Der Waals s'écrit :

$$P(V, T, N) = \frac{V T}{N - bV} - a\left(\frac{N}{V}\right)^2 \quad (8)$$

Ces équations manifestent la présence de régions stables, métastables et instables. Les régions comprises entre la courbe spinodale et la région de coexistence sont des régions métastables. Bien qu'elles soient stables, car $\kappa_T > 0$, une fluctuation thermique peut conduire à la formation d'une bulle de gaz dans un environnement liquide (ou inversement une goutte dans un environnement de gaz), si la fluctuation est de taille suffisante la bulle (respectivement la goutte) peut devenir instable.

On a représenté la région de coexistence et la région spinodale sur la figure (1.1) et nous avons tracé un isotherme de Van Der Waals. Nous pouvons remarquer que, dans cette région, les isothermes possèdent une pente négative et ne satisfont plus aux conditions de stabilité locale :

$$-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{T,N} > 0 \quad (9)$$

Le système homogène est alors mécaniquement instable et va rejoindre un équilibre où coexiste liquide et gaz.

Quelles sont les caractéristiques de ce nouvel équilibre diphasique ? Une première réponse nous est donnée par les relations (7) pour la coexistence. Dans toute la région de coexistence, on doit avoir

$$T_{\text{liquide}} = T_{\text{gaz}} \quad P_{\text{liquide}} = P_{\text{gaz}} \quad (10)$$

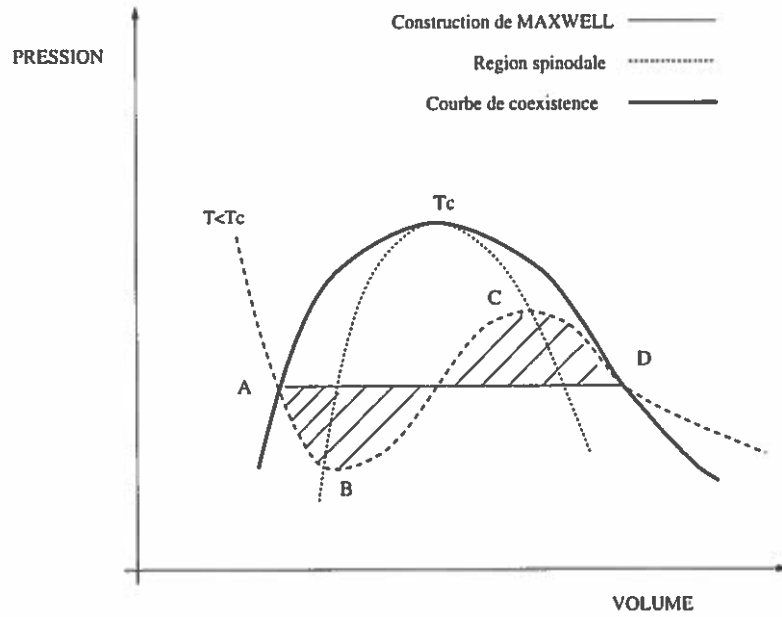


Figure 1.1: Diagramme de phases pour un fluide de Van Der Waals: en tiret une isotherme dans l'espace (P, V, T) . En gras la région de coexistence. En trait simple, la construction de Maxwell.

Les isothermes d'équilibre sont donc des lignes horizontales dans le plan (P, V) , de plus on doit aussi avoir $\mu_{\text{liquide}} = \mu_{\text{gaz}}$ ce qui peut s'exprimer par :

$$\int_1^2 d\mu = 0, \quad (11)$$

l'intégrale étant prise le long du chemin menant de part et d'autre de la région de coexistence. En intégrant le long de l'isotherme on a $d\mu = VdP$, de sorte que :

$$\int_1^2 VdP = 0. \quad (12)$$

Cette condition d'équilibre pour la coexistence des phases liquide et gazeuse exprime l'égalité des aires hachurées figure (1.1) (construction de Maxwell). La région de coexistence représente donc l'ensemble des extrémités des segments construits de cette manière. Le potentiel de Gibbs $G = PV$ est utilisé pour classer les transitions de phase. Lorsqu'une dérivée nième de G est discontinue, on parle de transition de phase d'ordre n . Dans la région de coexistence, le volume d'équilibre $V = \frac{dG}{dP}$ est discontinu, à la pression fixée par la construction de Maxwell on passe de V_{liquide} à V_{gaz} . Une dérivée première de G est donc discontinue, c'est une transition de phase du premier ordre.

Le point critique de la transition liquide-gaz se situe au sommet de la région

spinodale, on a :

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = 0 = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \quad (13)$$

Donc, au point critique, se produit une transition de phase du deuxième ordre. En effet les dérivées premières de G sont continues, par contre des dérivées secondes de G divergent, notamment la capacité calorifique à pression constante $C_p = T \frac{\partial^2 G}{\partial T^2}$:

$$\lim_{T \rightarrow T_c} C_p = \infty \quad (14)$$

1.2.3 Dynamique d'une transition de phase

La thermodynamique nous a permis de déterminer qu'elles sont les propriétés d'équilibre d'un fluide. Cependant, il nous reste à étudier la dynamique qui conduit à ces états d'équilibre. Notamment dans la région de coexistence liquide-gaz. Quelques modèles ont été abondamment utilisés pour reproduire la dynamique d'une transition de phase de premier ordre. La plupart des approches sont, pour les régions instables, de type "Ginzburg-Landau dépendant du temps" ou modèles B dans la littérature des phénomènes critiques [GUN80]:

$$\frac{\partial \rho(r, t)}{\partial t} = \nu \nabla^2 \frac{\delta F[\rho(r, t)]}{\delta \rho} \quad (15)$$

où $F[\rho]$ est une fonctionnelle de la densité $\rho(r, t)$. F est généralement composée d'un terme de volume et d'un terme de "surface" c relié à la portée des interactions. $f(\rho)$ est la densité d'énergie libre.

$$F[\rho] = \int d\mathbf{r} f(\rho) + \frac{c}{2} \nabla \rho^2 \quad (16)$$

La croissance des domaines liquide et gaz peut être étudiée grâce à la réponse linéaire. On décompose alors $\rho(r, t) = \rho_0 + \delta\rho(r, t)$. Pour les premiers instants de la transition de phase, on peut espérer que cette linéarisation soit valide. On obtient alors :

$$\frac{\partial \delta\rho(r, t)}{\partial t} = \nu \nabla^2 \left[\frac{\partial^2 f[\rho(r, t)]}{\partial \rho^2} - c \nabla^2 \right] \delta\rho(r, t) \quad (17)$$

La transformée de Fourier $\delta\rho_k$ des fluctuations évolue selon:

$$\delta\rho_k(t) \propto e^{\omega(k)t} \quad (18)$$

avec ,

$$\omega(k) = -\nu k^2 \left[\frac{\partial^2 f[\rho(r, t)]}{\partial \rho^2} + ck^2 \right] \quad (19)$$

Ainsi dans la région instable $((\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2})_{\rho_0} < 0)$ toutes les fluctuations de nombre d'onde inférieur à $k_c = \sqrt{-\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2}_{\rho_0}}/c$ sont instables, elles vont croître exponentiellement avec le temps. Le nombre d'onde le plus instable se situe à $k_{max} = k_c/2$. Les fluctuations de longueur d'onde $\lambda_{max} = 2\pi/k_{max}$ vont être amplifiées plus rapidement que les autres et cela va se traduire par la formation de domaine à haute et à basse densité de taille λ_{max} .

On remarque dans la formule (19) comment le terme de surface lié à la portée des interactions détermine k_{max} . Plus les interactions sont de longue portée, plus les modes de grande longueur d'onde sont stabilisés. Ce type d'approche permet d'appréhender la phénoménologie des décompositions spinodales dans les alliages binaires. En effet un alliage homogène composé de deux métaux M_1 et M_2 possède une région d'instabilité spinodale. S'il est subitement refroidi dans cette région, il va former des régions où la concentration de M_1 et M_2 n'est plus constante.

Cependant les modèles "B" ne sont pas toujours adaptés pour les fluides classiques. Car ces approches ne sont valides que lorsque ces fluctuations sont de faible amplitude. On a négligé implicitement les fluctuations dans la fonctionnelle F . Ainsi, pour les derniers stades de la décomposition spinodale il faudrait sans doute prendre en compte des termes non-linéaires. Les échelles de temps sur lesquelles ce genre de modèle sont valides sont trop courtes pour être observées expérimentalement dans certains fluides classiques. Par ailleurs les modèles "B" sont purement phénoménologiques, car le paramètre ν ne peut être justifié microscopiquement.

1.2.4 Système nucléaire

Les variables thermodynamiques telles que la température, la pression ne sont précisément définies que dans les système infinis. Dans un système fini, ces quantités vont fluctuer autour des valeurs du système infini. Afin de s'affranchir des problèmes liés à la taille finie et des problèmes liés à la surface on introduit en fait le concept de matière nucléaire infinie (voir par exemple [SUR90]). On entend par matière nucléaire un ensemble de nucléons en interaction, à une densité constante et possédant les mêmes caractéristiques que la zone centrale des noyaux. En général, on ne considère pas l'interaction coulombienne car dans un système infini l'énergie coulombienne diverge.

La spécificité quantique de la matière nucléaire a une contribution non négligeable à l'équation d'état. En effet, les effets quantiques principalement issus de la symétrie de la fonction d'onde à N-corps (la statistique de Fermi) et du mouvement de point zéro font que, à température nulle la matière nucléaire n'est pas un solide mais un liquide. De plus, le principe de Pauli interdit des états de diffusion en raison de la proximité des autres nucléons dans l'espace des phases.

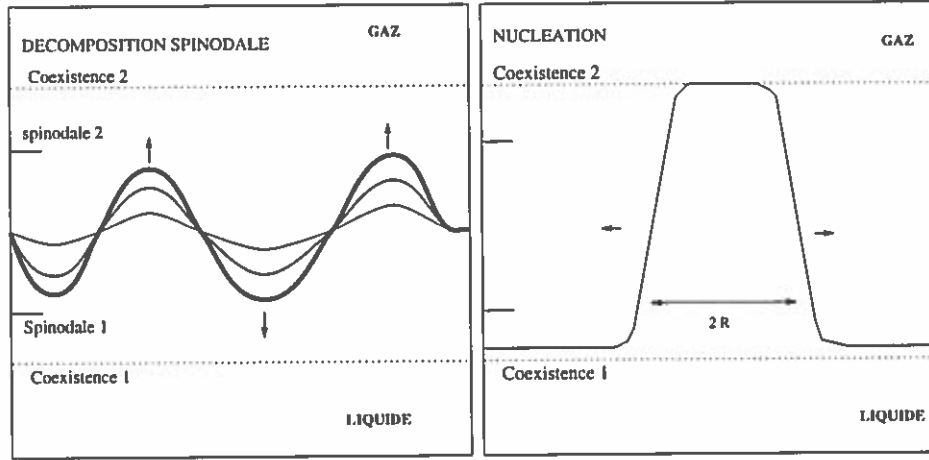


Figure 1.2: évolution au cours du temps des fluctuations de densité. A gauche dans la région instable: d'infimes perturbations de densité peuvent être amplifiées. A droite dans la région métastable : il est nécessaire de former une fluctuation de densité (une gouttelette) de rayon supérieur à $R = R_c$ pour que la gouttelette augmente de taille, sinon la gouttelette disparaît.

Par conséquent, l'effet du coeur dur du potentiel N-N est considérablement minimisé du fait de la statistique fermionique. La modification de potentiel N-N dans le milieu nous incite à utiliser, plutôt que des interactions élémentaires, des interactions effectives paramétrées pour reproduire les propriétés essentielles des noyaux (densité de saturation, compressibilité, énergie de surface, énergie de liaison).

L'effet de la température sur l'interaction effective des nucléons est assez faible (10 %). Des calculs basés sur la théorie de Brückner [HAA87, LEJ86] ont en effet démontré que la principale différence vient de la modification de la distribution en impulsion. En pratique donc, on peut se contenter des forces valides à température nulle pour décrire le comportement de la matière nucléaire chaude.

Pour un ensemble de nucléons interagissant par un potentiel du type "Skyrme" [SKY56]:

$$V(r_1 - r_2) = t_0 \delta(r_1 - r_2) + \frac{t_3}{6} \delta(r_1 - r_2) \rho \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right)^\sigma \quad (20)$$

Le choix des paramètres t_0 et t_3 reflètent les propriétés essentielles du potentiel N-N qui sont une forte partie répulsive à courte portée et une partie attractive à plus longue portée. L'équation d'état de la matière infinie symétrique peut s'exprimer alors ainsi [JAQ83]:

$$P = \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{1}{16} (1 + \sigma) t_3 \rho^{2+\sigma} \quad (21)$$

$$+ \rho T \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{512} \rho \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m T} \right)^{3/2} + \dots \right)$$

Cette équation se comporte qualitativement de la même manière qu'une équation de Van Der Waals. A basse densité, comme dans un système classique la partie attractive du potentiel N-N t_0 domine et n'est plus contrebalancée par la partie répulsive t_3 , effective à plus haute densité, ceci va donc générer une instabilité : Ce qui se traduit par la croissance de fluctuations de densité menant à la formation de fragments.

Remarque : *les mouvements collectifs isoscalaires associés à une décomposition spinodale sont les seuls plausibles. Certes, l'introduction de termes d'échange de spin dans l'interaction N-N va créer des termes isovecteurs dans l'énergie du type $(\rho_p - \rho_n)$. Cependant, à basse densité, ces termes ont une faible contribution et ne peuvent pas, à priori, dominer les termes isoscalaires $(\rho_p + \rho_n)$ qui induisent une très forte instabilité.*

Il est clair que, loin de la densité de saturation, les différentes paramétrisations¹ de l'interaction N-N s'écartent les unes des autres. Cependant, toutes ces forces paramétrées prédisent que la limite de la région spinodale à température nulle devrait se trouver à environ $\rho \approx 0.10 - 0.08 fm^{-3}$ et que le point critique de la matière nucléaire devrait se trouver à une vingtaine de MeV.

Des informations précises sur des instabilités spinodales (échelles de temps, limite des régions instables) pourraient, peut-être, nous permettre d'ajuster les paramètres de l'équation d'état loin du point de saturation.

Dans un système fini, dans un noyau en l'occurrence, la stabilité est une notion relative. En effet, une fluctuation thermique peut provoquer l'émission de particules (on parle d'évaporation), le noyau n'est au mieux que dans un équilibre métastable, même si sa densité centrale et sa température ne le situe pas dans la région métastable de la matière nucléaire. Nous ne nous intéresserons pas à cette voie de désexcitation.

Bien qu'évoquée depuis longtemps [BER83] comme un processus possible pour la multifragmentation d'un noyau très excité, la décomposition spinodale dans le contexte de physique nucléaire a été réellement étudiée pour la première fois en 1988. En s'appuyant sur la théorie de Landau des liquides de Fermi les références [PET88, HEI88] étudièrent les instabilités de champ moyen dans les liquides de Fermi. Heiselberg et al [HEI90], sur la base d'un modèle d'expansion schématique, prédirent une progression du nombre de fragments issus de la décomposition spinodale en fonction de la trajectoire dynamique dans l'espace (T, ρ) d'une source nucléaire de 200 nucléons initialement comprimée. En fait plus la source nucléaire atteint des régions à basse densité plus elle a de chance de développer des petits fragments dont la taille est associée à la longueur d'onde la plus instable.

¹anglicisme

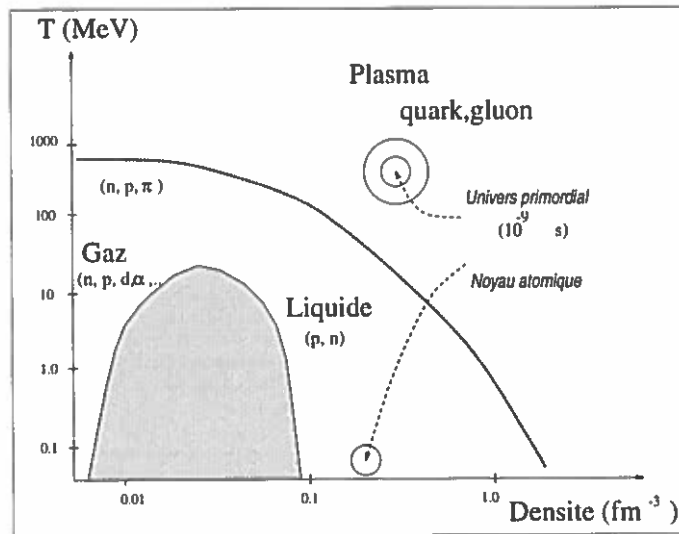


Figure 1.3: *Diagramme de phase pour la matière nucléaire*

Parallèlement de nombreuses simulations de type BUU de collisions centrales prédisent [MOR92] la formation d'une source excitée à basse densité sans que cependant, les fragments obtenus ne soient interprétés comme résultant d'une décomposition spinodale.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, il est connu depuis bien longtemps, que les transitions de phases [GUN80, BIN87] du premier ordre conduisent très rapidement à la formation de domaines de taille régulière liée à l'amplification initiale de certains modes privilégiés. Dans certains cas, la mémoire des instabilités initiales n'est pas préservée, des phénomènes plus complexes de nature visqueuse vont modifier la structure émergeant des premiers instants de la décomposition spinodale [LOO96]. La décomposition spinodale dans les noyaux si elle existe, nécessitera, sans aucun doute, d'importants efforts expérimentaux pour, d'une part, sélectionner des événements susceptibles d'avoir subi ce type de phénomènes, d'autre part pour différencier ces événements des autres mécanismes possibles pour la multifragmentation (émission thermique de fragment, transition de phase percolative,...).

D'un point de vue théorique l'emploi de modèle "B" avec des paramètres ajustés sur l'expérience n'est évidemment pas possible. Il faut baser les analyses sur les propriétés microscopiques de la matière nucléaire. Nous nous appliquerons dans cette thèse, d'une part à réfléchir sur les méthodes à employer pour appréhender la décomposition spinodale, d'autre part nous étudierons les caractéristiques que devraient manifester ce type de transition de phase dans le

fluide nucléaire (effets de l'interaction coulombienne, effets quantiques, effets de taille, effets de forme, effets de la température), en vue d'une possible observation expérimentale...

Chapitre 2

Validité des approches de champ moyen

2.1 Les méthodes de champ moyen

Les méthodes de champ moyen furent initiées par P. Weiss en théorie du magnétisme, elles sont en fait appliquées dans de multiples contextes: citons la méthode de Landau en physique statistique ou l'équation Hartree-Fock en physique atomique et nucléaire. Elles consistent en général à substituer à la dynamique d'un système à grand nombre de variables équivalentes couplées, la dynamique de chacune des variables interagissant avec un champ effectif produit par les variables restantes et déterminé de manière auto-consistante.

On peut traiter ensuite les fluctuations de manière perturbative de façon à estimer la validité de l'approximation et déterminer des termes correctifs (approximation en boucle en physique statistique). On peut, également, ajouter un bruit dont l'amplitude est fixée par le théorème de fluctuation-dissipation (approches de Langevin).

Lorsque le fluide est le siège de fortes fluctuations, la validité des approximations de champ moyen est loin d'être évidente. Par exemple, au point critique d'une transition liquide-gaz, les méthodes de champ moyen permettent seulement une compréhension qualitative des phénomènes.

Les fluctuations sont souvent d'une importance primordiale non seulement pour la compréhension des propriétés d'équilibre, mais également pour l'évolution dynamique d'un système hors équilibre.

Dans le contexte d'une décomposition spinodale, les seules approches utilisées sont des équations de Ginzburg-Landau dépendant du temps. Cependant ces approches ne reposent sur aucune théorie microscopique, et les paramètres utilisés doivent être ajustés pour reproduire les propriétés dynamiques du fluide étudié.

Afin de décrire la dynamique de ces transitions de phase du premier ordre, à partir des propriétés microscopiques du fluide, il faut résoudre le problème

à N-corps. En mécanique classique, la simulation de système de N particules ponctuelles en interaction est possible grâce à des approches en dynamique moléculaire.

En physique nucléaire, la situation est plus problématique. L'image classique de particules localisées doit faire place à une description quantique en terme de fonction d'onde. **La simulation du problème à N-corps en terme de fonction d'onde est alors impossible.** Les seules simulations réalistes de la dynamique du noyau sont basées sur des approximations de champ moyen. Ces simulations ne peuvent donc pas donner de réponse sur la validité du champ moyen.

Remarque: certes, d'autres possibilités ont été explorées pour décrire la dynamique du système de fermions sans approximation de champ moyen. Des simulations de dynamique moléculaire ont notamment été réalisées avec des interactions dépendant des impulsions [DOR88, WIL77] afin de "reproduire" les effets du blocage de Pauli. Cependant ce type d'interaction conduit le système à cristalliser rapidement, et il est peu probable que ce type d'approche décrive correctement tous les aspects de l'évolution d'un fluide de Fermi. D'autres approches, utilisant des fonctions d'ondes gaussiennes pour les nucléons sont actuellement à l'étude([YAF82, DRO82, FEL90, ONO92])...

Par ailleurs, même si il est couramment admis que dans les collisions noyau-noyau aux énergies intermédiaires on puisse observer des transitions liquide-gaz, les informations tirées de l'étude de fragments émis dans ces réactions ne permettent pas pour l'instant d'obtenir une image claire de la dynamique de ces processus. On ne peut donc pas statuer d'une manière catégorique sur la validité des approches de champ moyen au niveau expérimental.

C'est pourquoi, nous allons dans un premier temps nous concentrer sur un système classique dont la dynamique peut être simulée avec une très grande précision pour tester la validité des concepts de champ moyen dans le cadre d'une transition de phase du premier ordre.

Nous allons réaliser des simulations en dynamique moléculaire sur un gaz de particules classiques dans la région spinodale. Ce type de calcul permet de résoudre numériquement le problème à N-corps avec une très bonne précision, incluant toutes les corrélations. En effet, on peut résoudre sur ordinateur les équations de Hamilton et ainsi connaître à chaque instant les positions et les vitesses de toutes les particules. Les calculs de dynamique moléculaire constitueront une expérience numérique, que nous confronterons à divers type d'approximation de champ moyen. Ces comparaisons nous permettront de discuter l'emploi des approches de champ moyen (équation de Vlasov et ses extensions) dans le cadre d'une décomposition spinodale.

La transposition de la discussion dans le cadre de la physique nucléaire n'est

pas directe. La validité des approches de champ moyen est connectée à l'influence des fluctuations sur l'évolution dynamique, et la densité du système. L'applicabilité des approximations de champ moyen dépend beaucoup des corrélations à deux corps. Dans un fluide classique très dense (avec donc un fort taux de collision), il est nécessaire d'aller au-delà du champ moyen pour décrire ne serait-ce que les propriétés statiques du fluide.

Par contre, dans le cas du noyau atomique, les approximations de champ moyen et les modèles de particules indépendantes se sont souvent révélés très efficaces, en raison des propriétés quantiques du système et des particularités de l'interaction N-N.

Cette analyse, en toute généralité, constituera un test de la capacité des approximations de champ moyen à décrire la dynamique des transitions de phase du premier ordre, mais nous fournira également de précieux arguments pour discuter de la pertinence des concepts de champ moyen pour simuler la décomposition spinodale dans les noyaux.

2.2 Etude d'un fluide classique: phénoménologie

2.2.1 Diagramme de phase

Nous étudierons par la suite un gaz classique interagissant via un potentiel de type Van Der waals $V(r)$ composé d'un puit attractif centré à 2 fm d'une profondeur de 5 MeV, et d'un coeur dur répulsif de rayon $r_c = 0.55$ fm :

$$v(r) = \infty \quad \text{pour } r_c < r$$

$$v(r) = v_0 (r - r_c)^2 (r - r_{max})^2 (r - r_1) \quad \text{pour } r_c < r \leq r_{max} \quad (1)$$

$$v(r) = 0 \quad \text{pour } r \geq r_{max}$$

$$\text{avec } r_c = 0.55 \text{ fm} \quad r_{max} = 4.0 \text{ fm}, \quad r_1 = 4.64 \text{ fm} \quad \text{et } v_0 = 0.225 \text{ MeV}$$

Le potentiel d'interaction est illustré dans la figure (2.2). Ce potentiel a été choisi de manière à reproduire les échelles de longueur du potentiel N-N, et ses propriétés analytiques permettent une résolution des équations du mouvement particulièrement précise.

Les simulations entreprises sont réalisées avec la méthode "leap-frog" (ou saute-mouton!) sur des systèmes de 2500 particules dans des boîtes à bords périodiques dont la dimension varie en fonction de la densité étudiée.

Pour définir le diagramme de phase et notamment situer exactement la région spinodale, la méthode la plus claire consiste à calculer la pression grâce au théorème du Viriel [LAND]. Ce théorème établit une relation entre la pression et les interactions entre les constituants :

$$P = \frac{1}{VD} \left(2 \langle E_{kin} \rangle + \sum_{ij} F_{ij} r_{ij} \right) \quad (2)$$

où F_{ij} est la force entre la particule i et j , et $\langle E_{kin} \rangle$ l'énergie cinétique moyenne. Cette expression est valide pour des potentiels d'interaction non singulier. Dans le cas d'un potentiel présentant un coeur dur, il est nécessaire de comptabiliser la contribution des collisions à la pression :

$$\Delta P_{collision} = \frac{1}{VD} \langle \Delta p \rangle r_c W \quad (3)$$

où W est le taux de collision et $\langle \Delta p \rangle^1$ est le changement moyen de quantité de mouvement induit par une collision.

Afin de situer précisément les bords de la région spinodale, nous avons cherché à étudier des transformations isothermes. Cependant, dans la région spinodale, lorsque le gaz se condense pour former des domaines à la densité du liquide, il se produit des élévations de température de l'ordre de quelques MeV . Afin de maîtriser la température il est possible d'ajouter un gaz de particules auxiliaires [AND80] collisionnant aléatoirement les particules du gaz étudié avec un taux W_{therm} . Les impulsions des particules de ce gaz sont tirées dans une distribution de Boltzmann à la température désirée. Ce gaz auxiliaire joue le rôle d'un bain thermique. Nous avons ajusté le taux de collision W_{therm} avec ce bain de particules de façon à conserver une énergie cinétique moyenne constante (à 10 % près)².

Le calcul de la pression nous permet de définir le diagramme de phase. Dans les régions de stabilité, on peut calculer sans ambiguïté la pression, alors que dans la région spinodale, la pression évolue jusqu'à ce que le système ait rejoint un équilibre diphasique, la valeur de la pression est théoriquement fixée par la construction de Maxwell. Afin de mieux situer la zone instable il est utile d'obtenir des informations sur le système avant qu'il soit équilibré. A haute température l'équilibre du gaz est monophasique, en refroidissant subitement le gaz à une certaine température on peut explorer les régions instables du diagramme de phase.

En calculant la pression sur les premiers instants (10 fm/c), on peut situer le changement de signe de la compressibilité et donc les limites de la région spinodale. Sur la figure (2.1), nous présentons trois isothermes.

¹ $\langle \Delta p \rangle = 4\sqrt{\pi} \frac{T^2}{m}$ dans un gaz à 2D à la température T .

² Une méthode alternative [NOS84, HOO84] a été proposée pour conserver la température en dynamique moléculaire. Cette méthode consiste à ajouter un terme de viscosité dans les équations du mouvement.

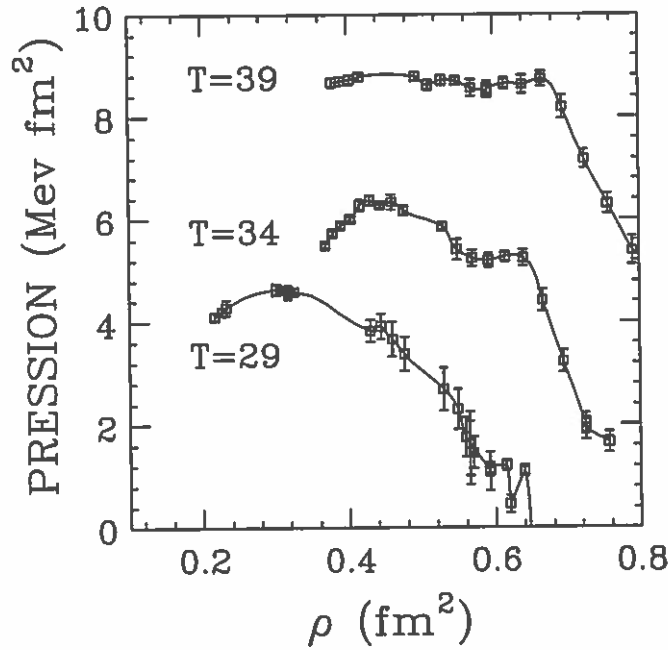


Figure 2.1: Isothermes du fluide considéré : la pression a été calculée grâce au théorème du Viriel.

A $T=29$ MeV, la dérivée de la pression est positive jusqu'à la densité $\rho = 0.30 \text{ fm}^{-2}$ ceci signale la région de stabilité de type gaz. A plus haute densité la compressibilité change de signe indiquant la présence de la région spinodale. Notons qu'à cette température, on ne trouve quasiment pas de région liquide stable ($\frac{dP}{d\rho} > 0$), ce qui signifie que nous sommes en dessous du point triple du diagramme de phase : un système classique possède toujours une phase solide. La région d'instabilité fluide-solide est en effet très importante pour ce type d'interaction. A la température $T=34$ MeV, à mesure que l'on augmente la densité, on distingue successivement la région gaz, la région spinodale, la région liquide et enfin la région d'instabilité liquide-solide. A la température $T=39$ MeV, on distingue plus difficilement la région spinodale, l'isotherme présente une forme très plate, on s'approche en effet du point critique.

L'évolution du fluide dans la région instable suit le scénario typique d'une décomposition spinodale. Comme le montre la figure (2.3), les fluctuations de densité sont amplifiées et l'on observe la formation de domaines à haute densité, séparés par des zones à plus basse densité. La taille de ces domaines ne semble pas aléatoire, et une analyse de Fourier de la densité confirme cette impression. Définissons $C(r, t)$ la fonction de corrélation des fluctuations de densité par :

$$C(r, t) = \left[\langle \rho(0)\rho(r) \rangle - \langle \rho \rangle^2 \right] (t) \quad (4)$$

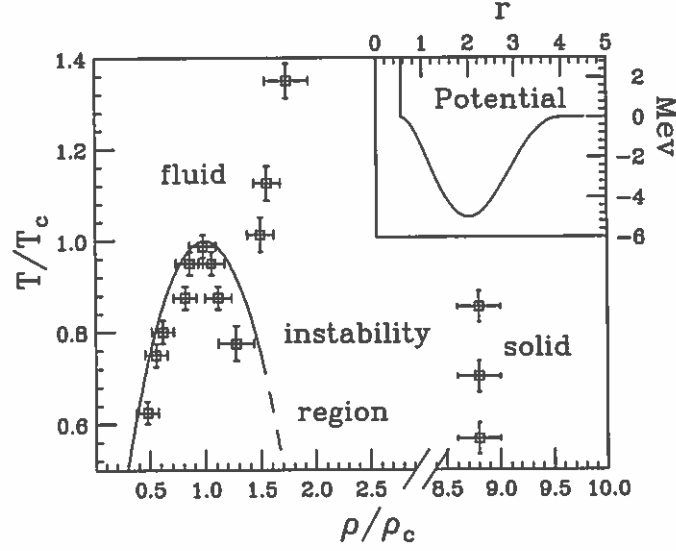


Figure 2.2: diagramme de phase obtenu pour le fluide : on notera l'importance de la région de transition liquide-solide. $T_c = 40 \text{ MeV}$, $\rho_c = 0.5 \text{ fm}^{-2}$. Dans la fenêtre, est représenté le potentiel d'interaction $v(r)$: nous avons choisi une forme polynomiale telle que $v(r_c)=0$, $v(2)=-5 \text{ MeV}$, $v'(2)=0$, $v(4)=0$, et $v'(4)=0$.

et la transformée de Fourier $\sigma_k(t)$ de la fonction $C(r,t)$ est

$$\sigma_k^2(t) = \int dr C(r,t) e^{i k r} \quad (5)$$

Le calcul de $\sigma_k^2(t)$ sur chaque événement de décomposition spinodale révèle la même structure spatiale : σ_k^2 présente un pic qui croît très rapidement. La position de ce pic varie selon les conditions de température et de densité dans la région spinodale. Mais au coeur de la région spinodale le pic se situe autour de $k_{max} \approx 0.5 \text{ fm}^{-1}$, ceci indique que les tailles des domaines sont de l'ordre $\lambda = 2\pi/0.5 \approx 12 \text{ fm}$.

Ainsi, une fois plongé dans la région spinodale, le fluide rapidement forme des domaines dont la taille est relativement régulière, de plus les domaines après quelques 50 fm/c ne changent plus rapidement d'allure. En observant les fonctions de corrélation au cours du temps, on remarque que le mode le plus instable dans les premiers instants de la dynamique le demeure tout au long de l'évolution. Dans notre gaz classique, la phase solide est très importante, le point triple se situe à environ 30 MeV de température. Ce qui signifie que lorsqu'on plonge le fluide dans la région spinodale, les domaines à haute densité vont migrer vers la région solide du diagramme de phase. Les fragments auront une densité très proche de la densité du solide ce qui favorise peut-être la persistance de ces domaines dans la suite de la dynamique.

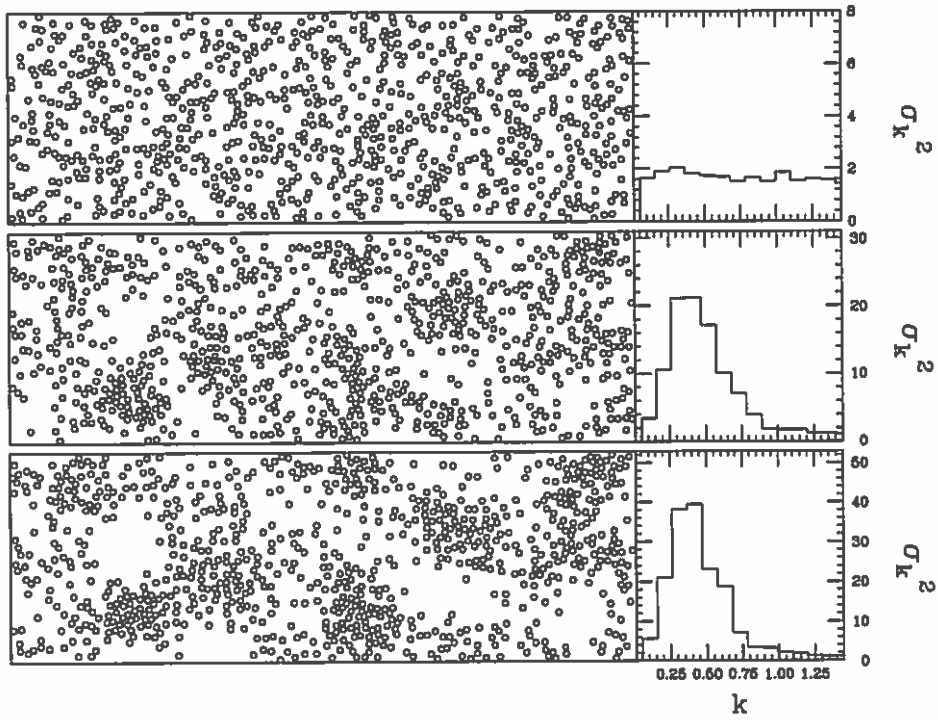


Figure 2.3: Un événement typique de décomposition spinodale : après avoir plongé subitement le fluide dans la région instable les fluctuations de densité sont amplifiées, et l'on observe des "fragments" dont la taille est assez régulière. A gauche, les temps 10, 50 et 70 fm/c après le refroidissement dans la région spinodale ($T = 15$ MeV, $\rho = 0.5$ fm $^{-2}$). A droite, la valeur de la transformée de Fourier des fluctuations de densité σ_k^2 aux temps correspondant, moyenné sur 10 événements.

Nous allons dans la suite de ce chapitre tenter de comprendre avec une théorie microscopique le diagramme de phase, les échelles de temps et de taille qui régissent ce type de transition de phase.

2.3 Analyse en terme de champ moyen

Tout d'abord, il est possible de dériver l'équation d'état des propriétés microscopiques du fluide. La manière la plus aisée correspond à "l'approche de Van Der Waals". En fait, l'équation d'état proposée par Van Der Waals en 1873 [WAA73] était purement phénoménologique, mais il est possible d'en justifier les paramètres à partir des caractéristiques de l'interaction entre constituants.

Les quantités macroscopiques d'un système peuvent être calculées à partir de la fonction de partition canonique :

$$Z = \int \int d^3r_1 d^3r_2 \dots d^3r_N d^3p_1 d^3p_2 \dots d^3p_N \exp\left(-\frac{H}{kT}\right) \quad (6)$$

où $H = \sum_i \frac{p_i^2}{2m} + U(r_1, r_2, \dots, r_N)$. La difficulté vient du terme d'énergie potentielle U . Même si l'interaction n'est composée que d'une interaction à deux corps, la fonction de partition n'en reste pas moins incalculable. C'est ici qu'interviennent les hypothèses de champ moyen. Considérons une particule, les $(N-1)$ autres, très nombreuses et réparties presque uniformément peuvent lui apparaître comme un nuage continu. Si on néglige les perturbations de ce nuage causées par la présence et le mouvement de la particule étudiée, elle aura alors une énergie potentielle $u_{eff}(\mathbf{r})$ dépendant de sa seule position.

$$U(r_1, r_2, \dots, r_N) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} u(|r_j - r_i|) \approx \frac{1}{2} \sum_i u_{eff}(r_i) \quad (7)$$

Dans cette approximation, où chaque particule se déplace dans le champ moyen créé par toutes les autres, le système se comporte comme un ensemble de particules indépendantes. Le calcul de la fonction de partition donne alors :

$$Z = \frac{1}{N!} \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{DN/2} \left[\int d^3r \exp\left(-\frac{u_{eff}(r)}{2kT}\right) \right]^N \quad (8)$$

où D est la dimension de l'espace considéré (dans notre cas $D=3$).

Cette approximation de champ moyen néglige les corrélations entre particules, notamment celles dues au cœur dur. Pour tenir compte grossièrement de cette forte répulsion entre deux particules, on peut considérer qu'une partie du volume dans lequel évolue le fluide est interdit à une particule donnée en raison de la présence des autres. En effet, dans certaines régions le potentiel effectif tend vers l'infini à cause de la forte répulsion entre particule, ce qui annule l'intégrale (8).

Dans le volume restant ($V - V_{ex}$) si le potentiel u_{eff} ne varie pas trop vite, il est possible de le remplacer par un potentiel moyen : \bar{U}_{eff} .

Ce potentiel moyen correspond à la somme des interactions de tous les couples de particules. La probabilité moyenne $P(r)$ de trouver une particule à la distance r d'une particule donnée est égale à la densité dans un fluide uniforme, et on peut écrire :

$$\bar{U}_{eff} = \int P(r) u(r) d^D r = \rho \int_{r_c}^{\infty} u(r) d^D r = -a \rho \quad (9)$$

Par ailleurs, le volume exclu est lié au rayon du coeur dur r_c :

$$V_{ex} = \pi(2r_c)^2 N = b N, \quad (10)$$

on peut alors estimer la fonction de partition :

$$Z = \frac{1}{N!} \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{DN/2} [(V - V_{ex}) \exp(-\frac{\bar{U}_{eff}}{2kT})]^N \quad (11)$$

Le calcul de la pression grâce à la fonction de partition ne pose alors plus de problèmes. En utilisant l'énergie libre donnée par :

$$F = -kT \ln Z \quad (12)$$

On peut exprimer la pression :

$$P = -(\frac{dF}{dV})_T = \frac{V T}{N - bV} - a(\frac{N}{V})^2 \quad (13)$$

L'approche de Van Der Waals permet d'évaluer la position de la région spinodale : en particulier, le point critique se situe à $\rho_c = 0.7 \text{ fm}^{-2}$ et $T_c = 37 \text{ MeV}$ ce qui n'est pas si loin du vrai diagramme de phase. La forte densité et la courte portée des interactions expliquent le relatif désaccord entre cette théorie de champ moyen et la situation réelle.

Les fortes corrélations entre les particules ne rendent pas aisé le calcul d'un champ effectif à partir de l'interaction microscopique. Pour choisir un champ moyen plus réaliste, on peut procéder d'une manière phénoménologique. Pour ce faire, on peut travailler avec un potentiel U dépendant de la densité. En physique nucléaire de telles paramétrisations sont couramment utilisées et permettent de décrire avec une bonne précision les formes et l'énergie de liaison des noyaux. Choisissons une forme de type "Skyrme" pour le champ moyen :

$$u(\rho) = A\rho + B\rho^2 \quad (14)$$

Le premier terme permet de reproduire la partie attractive du potentiel (avec $A < 0$) et la seconde la partie répulsive ($B > 0$) agissant à plus forte densité. L'énergie peut alors s'écrire :

$$E = \int d^D r \, d^D p \, f(r, p) \left(\frac{p^2}{2m} + u(\rho) \right) = \int d^D r \, d^D p \, E(r, p) \quad (15)$$

et la fonction de partition peut s'exprimer alors facilement :

$$Z = \int \int d^D r \, d^D p \, \exp(-E(r, p)) \quad (16)$$

Il est alors possible de calculer l'équation d'état. Le calcul conduit à :

$$P = -\frac{\partial F}{\partial V} = \rho T + A \frac{\rho^2}{2} + B \frac{2}{3} \rho^3 \quad (17)$$

On peut alors choisir les paramètres A et B de façon à reproduire les limites de la région spinodale. L'équation définissant le bord de la spinodale est donné par

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = 0 = T + A\rho + 2B\rho^2 \quad (18)$$

En ajustant les paramètres afin de reproduire la position du point critique de la simulation ($T_c = 40 \text{ MeV}$, $\rho_c = 0.5 \text{ fm}^{-2}$), on trouve $B = 85 \text{ fm}^4$, $A = -160 \text{ MeV fm}$. Pour un A donné plus le paramètre B est petit plus la température critique sera élevée. Ce paramètre permet aussi de fixer la limite entre la région spinodale et la région liquide. Le fait que la zone liquide est assez réduite ne permet pas de fixer avec une très grande précision le paramètre B.

2.3.1 Du son 1 au son 0

Nous allons montrer dans le paragraphe suivant que la formation de domaines à haute densité correspond à l'émergence de modes de "son-0". Dans un fluide, lorsque les fluctuations de pression se propagent grâce aux collisions, on parle de son-1. Mais il peut arriver qu'une perturbation locale se propage également grâce à la partie à longue portée des interactions, c'est-à-dire par le champ moyen, on parle alors de son 0. Ce phénomène prédit par Landau [LAN57] a été observé dans un liquide de Fermi : l'hélium 3. Ce son 0 correspond en fait à une déformation locale de la distribution en moment.

Dans les fluides classiques qui sont décrits par les équations du gaz parfait ($P = \rho T$), les collisions et donc les effets de température dominent la pression, et on n'observe alors que des phénomènes de son 1. Pour des oscillations de la densité $\rho(r, t) = \rho_0 + \delta\rho(r, t)$, l'équation de Newton pour un élément de fluide va nous permettre de décrire l'évolution des variables d'état (P et ρ) :

$$\frac{d\rho \mathbf{v}}{dt} = \nabla P \quad (19)$$

Ce qui conduit à l'équation d'Euler. Et pour de faibles fluctuations de densité, on peut écrire :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla(\rho \mathbf{v}) \approx \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \nabla P \quad (20)$$

L'équation de continuité nous donne par ailleurs :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla(\rho \mathbf{v}) \approx \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (21)$$

et la combinaison des deux équations précédentes nous donne

$$\frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial t^2} = \nabla^2 P(r, t) = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} \nabla^2 \delta \rho(r, t). \quad (22)$$

Ceci revient à écrire :

$$\frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial t^2} - c_1^2 \nabla^2 \delta \rho(r, t) = 0 \quad c_1 = \sqrt{\frac{1}{\rho m \kappa_T}} \quad (23)$$

où κ_T est la compressibilité³.

Et, pour une onde $\delta \rho = \delta \rho_k e^{i(\omega t - kx)}$, l'équation 2 nous fournit la relation de dispersion :

$$(\omega^2 - c_1^2 k^2) \delta \rho_k = 0 \Rightarrow \omega^2 = c_1^2 k^2 \quad (24)$$

et, c_1 s'interprète comme la vitesse du son 1.

Remarque : la fonction $\omega(k)$ est appelée relation de dispersion par référence à l'optique. Un paquet d'onde se propage à la vitesse $v_G = \frac{\partial \omega}{\partial k}$, dans un milieu dispersif la valeur de V_G n'est pas constante et le paquet d'onde s'étale.

Dans la région spinodale $\kappa_T < 0$, alors la vitesse du son devient imaginaire et les ondes de son croissent exponentiellement. Lorsque le champ moyen est suffisamment fort, la vitesse du son 1 tend vers celle du son 0, puisque la contribution du champ moyen domine la contribution thermique dans la pression et on alors $c_1 \approx c_0$.

Les instabilités spinodales sont donc des phénomènes de son 0 dans un contexte instable. Cette approche simpliste nous permettra de déterminer la vitesse de développement des instabilités à la limite $k \rightarrow 0$. Cependant afin d'étudier la propagation des modes collectifs pour toute valeur de k , il est très important de tenir compte de la portée des forces.

³ En générale, en physique nucléaire on utilise plus couramment le module d'incompressibilité K que la compressibilité κ_T .

$K = k_f^2 \frac{\partial^2 E/A}{\partial k_f^2} = \frac{9}{\rho \kappa_T}$ et, donc $c_1 = \sqrt{\frac{K}{9m}}$

2.3.2 Excitation collective du fluide

Nous allons maintenant essayer de décrire les propriétés dynamiques du fluide dans la région spinodale à partir des concepts de champ moyen.

En toute généralité, un fluide classique de N particules peut être décrit par une densité de probabilité $f_N(r_1, r_2, \dots, r_N, p_1, p_2, \dots, p_N, t)$ dans l'espace des phases. Cette fonction de distribution suit les équations de la mécanique classique. Ces équations à $2 \times N \times D$ variables sont inutilisables si N est très grand. Il faut en fait chercher à réduire le nombre de degrés de liberté, en écrivant des équations pour des fonctions de distribution moyennées. Ainsi on définit les fonctions de distribution à $N-1, N-2, \dots, 2$ et à 1 corps :

$$f_n(r_1, \dots, r_n, p_1, \dots, p_n) = \frac{N!}{(N-n)!} \int dr_N dp_N \dots dr_{n+1} dp_{n+1} f_N(r_1, r_2, \dots, r_N, p_1, \dots, p_N, t) \quad (25)$$

Il est possible d'écrire une hiérarchie, nommée BBGKY (en l'honneur de Born, Bogoliubov, Green, Kirkwood, et Yvon [DIU89]) reliant f_n à f_{n-1} . La première de ces équations, pour un hamiltonien du type $\sum_i p_i^2/2m + \sum_{ij} v(r_i - r_j)$, est :

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} = \int d\mathbf{r}' d\mathbf{p}' \nabla_{\mathbf{r}} v(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \nabla_{\mathbf{p}} f_2(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r}', \mathbf{p}', t) \quad (26)$$

Cette équation relie l'évolution dans l'espace des phases de la fonction de la distribution à un corps $f_1(r, p, t)$ à la fonction à deux corps $f_2(r, p, r', p', t)$.

En faisant des hypothèses sur les corrélations entre particule, il est possible de tronquer la hiérarchie BBGKY. Par exemple, en supposant que les mouvements de deux particules du fluide sont totalement décorrélés (l'hypothèse du chaos moléculaire) on peut écrire $f_2(r, p, r', p', t) = f_1(r, p, t) \cdot f_1(r', p', t)$

L'équation se réduit alors à l'équation de Vlasov

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (27)$$

où $U(r)$ est le champ moyen :

$$U(r) = \int d\mathbf{r}' d\mathbf{p}' v(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) f_1(\mathbf{r}', \mathbf{p}', t) \quad (28)$$

Nous avons paramétré le champ moyen dans le paragraphe précédent sur des considérations thermodynamiques d'un fluide uniforme. Pour décrire les propriétés des modes collectifs, les seules propriétés de volume (c'est-à-dire reliées aux propriétés énergétiques du fluide infini et uniforme) ne sont pas suffisantes, il faut tenir compte de l'énergie de surface. En effet, la portée des interactions introduit des termes non locaux dans l'énergie : l'énergie potentielle ne dépend pas uniquement de la densité moyenne au point considéré, mais également de l'état du fluide environnant.

Afin d'inclure une portée au champ moyen $U[\rho]$, il a été convolué avec une fonction $g(r) = \exp(-r^2/(2a_0^2))$ (cf fenêtre de la figure 2.2). Nous avons choisi une fonction gaussienne $g(r)$ dont la largeur à mi-hauteur a_0 a été fixée de façon à reproduire l'énergie de surface de la matière semi infinie. $a_0 = 1.8fm$.

Remarque : *cette méthode n'est qu'un choix possible pour tenir compte de la portée des forces. D'une façon équivalente, on pouvait aussi ajouter un terme $c(\nabla^2 \rho)$ dans le champ moyen.*

Le champ moyen devient alors :

$$\tilde{U} = (A(\frac{\rho}{\rho_0}) + B(\frac{\rho}{\rho_0})^2) \otimes g \quad (29)$$

Une fois le champ moyen paramétré, nous pouvons donc essayer de comprendre la dynamique du système en utilisant l'équation de Vlasov. Les équations de champ moyen permettent de mettre en évidence l'existence de mouvements collectifs. Etudions la réponse du système homogène à des perturbations de faible amplitude imposées au système à $t=0$. Au temps $t=0$, la fonction de distribution dans l'espace des phases est supposée être une distribution de Boltzmann.

$$f_0(p) = \rho_0 e^{-\frac{\mathbf{p}^2}{2mT}} \left(\sqrt{\frac{1}{2\pi mT}} \right)^D \quad (30)$$

Pour étudier les propriétés collectives du fluide, nous allons le soumettre à un champ excitateur $\delta U^{ex}(r, t)$. L'introduction de ce champ externe va engendrer des fluctuations de la fonction de distribution, que l'on décompose au premier ordre selon

$$f(r, p, t) = f_0(p) + \delta f(r, p, t). \quad (31)$$

L'évolution de $\delta f(r, p, t)$ induite par le champ $\delta U^{ex}(r, t)$ nous est fournit par l'équation de Vlasov :

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (32)$$

où $U = \tilde{U} + \delta U^{ex}(r, t)$. Pour de petites fluctuations, le champ moyen peut être linéarisé :

$$\tilde{U} = U(\rho_0) + \left(\frac{\partial U}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} \delta \rho \otimes g \quad (33)$$

Afin de résoudre formellement cette équation il est utile de passer dans l'espace de Fourier. Remarquons préalablement que la transformée de Fourier d'un produit de convolution est égale au produit des transformées de Fourier, ainsi dans l'espace de Fourier, on obtient aisément :

$$\left(\omega - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{m}\right) f_{k,\omega} + \left(\frac{\partial U}{\partial \rho} \cdot g(k) \delta \rho_{k,\omega} + \delta U_{k,\omega}^{ex}\right) \mathbf{k} \cdot \nabla_p f_0 = 0 \quad (34)$$

avec :

$$f_{k\omega}(p) = \int dr dt e^{i\mathbf{k}r - i\omega t} \delta f(p, r, t) \quad (35)$$

Les fluctuations de densité sont reliées à celles de la fonction de distribution :

$$\delta \rho_{k\omega} = \int dr dt e^{i\mathbf{k}r - i\omega t} \delta f_{k,\omega} \quad (36)$$

et donc en isolant $f_{k,\omega}$ dans l'équation de Vlasov linéarisée et en intégrant sur \mathbf{p} on obtient formellement :

$$\Pi(k, \omega) = \left(\frac{\delta \rho_{k,\omega}}{\delta U_{k,\omega}^{ex}} \right) = \frac{\Pi_0(k, \omega)}{1 - \frac{\partial U}{\partial \rho} g(k) \cdot \Pi_0(k, \omega)} \quad (37)$$

où la quantité $\Pi_0(k, \omega)$ est définie par

$$\Pi_0(k, \omega) = \int d^D p \frac{\mathbf{k} \cdot \nabla_p f_0}{\left(\omega - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{m}\right)} \quad (38)$$

La fonction $\Pi(k, \omega)$ est appelée fonction de réponse du système. Elle décrit le comportement du fluide sous l'action d'un champ exciteur. Les divergences de la fonction de réponse correspondent à des résonances. Les pôles $\omega_0(k)$ de la fonction de réponse $\Pi(k, \omega)$ sont donc les fréquences propres du système. Ces pôles sont obtenus en résolvant l'équation suivante :

$$1 - \left(\frac{\partial U}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} g(k) \cdot \Pi_0(k, \omega) = 0 \quad (39)$$

Les solutions obtenues grâce aux pôles ω_0 de la fonction de réponse $\Pi(k, \omega)$ nous fournissent la fréquence des modes collectifs associés au champ moyen du système $\tilde{U}(\rho)$:

On obtient alors,

$$\delta \rho(k, t) \propto e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t} \quad (40)$$

Si la fonction de réponse possède un couple de pôles réels, les fluctuations de la densité oscillent suivant la fréquence ω_0 . Par contre, lorsque ces fréquences deviennent complexes alors les fluctuations de densité vont être amplifiées ou amorties exponentiellement : $\delta \rho(k, t) \propto e^{\pm |\omega_0| t}$. Notre étude n'est pas adaptée pour déterminer l'équation du son ordinaire (son 1) dans les régions stables, puisque nous avons obtenu la fonction de réponse grâce à l'équation de Vlasov, négligeant ainsi les collisions.

La résolution de l'équation (39) dans la région spinodale nous donne donc des solutions complexes $\omega_0 = \omega(k)$ associées aux différents modes instables de

nombre d'onde k . La dépendance de ω en fonction de k , appelée **relation de dispersion** fournit dans ce contexte d'instabilité une échelle de temps associée à l'amplification exponentielle d'une fluctuation de densité de longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$.

La relation de dispersion obtenue à $T = 15 \text{ MeV}$ et $\rho = 0.5 \text{ fm}^{-2}$ donc au coeur de la région spinodale est présentée sur la figure (2.4). La courbe $|\omega(k)|$

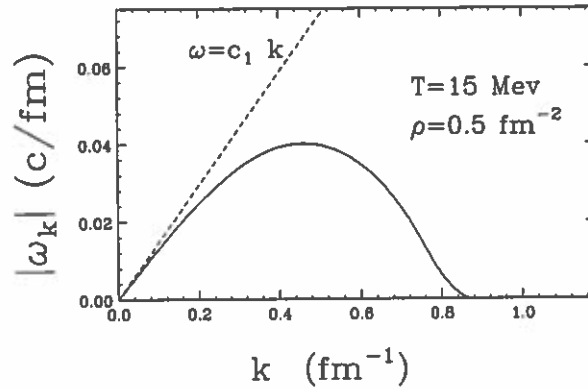


Figure 2.4: Relation de dispersion obtenue à $T = 15 \text{ MeV}$ et $\rho = 0.5 \text{ fm}^{-2}$ grâce à la réponse linéaire de l'équation de Vlasov. En tirets, la relation de dispersion obtenue d'une simple analyse thermodynamique, on remarque que la vitesse c_1 du son 1 est très proche dans cette région instable de celle du son 0 pour $k \rightarrow 0$.

possède un maximum à $k_{max} = 0.4 \text{ fm}^{-1}$, pour décroître ensuite et s'annuler à $k_c = 0.8 \text{ fm}^{-1}$. L'existence de cette coupure k_c au-delà de laquelle tous les modes sont stables provient en fait de la portée des forces : un potentiel local nous aurait fourni une relation de dispersion $\omega = \omega(k)$ linéaire en k dont la pente $c_0 = \left(\frac{\partial \omega(k)}{\partial k}\right)_{k=0}$ est la vitesse du son 0. Dans ce contexte instable, la partie attractive du champ moyen domine la pression et, dans ce cas particulier, la valeur de c_0 est proche de la célérité c_1 du son thermodynamique (son 1).

$$c_1 = \sqrt{\frac{1}{\rho m \kappa_T}} = i \sqrt{\frac{-T - A\rho - 2B\rho^2}{m}} \quad (41)$$

Nous avons présenté en pointillé la courbe associée au son thermodynamique sur la figure (2.4).

La portée introduit une coupure ultraviolette k_c . Lorsque la longueur d'onde d'une fluctuation est faible comparée à la portée des interactions, cette fluctuation ne peut pas être amplifiée. Le maximum obtenu à $k = k_{max}$ dans la relation de dispersion traduit l'existence de modes privilégiés. Les fluctuations de densité de taille $\lambda_{max} = 2\pi/k_{max}$ seront donc amplifiées plus rapidement que toutes les

autres et devraient donc conduire à la formation de domaine de taille λ_{max} . La valeur de k_{max} dépend de la température et de la densité initiales, ainsi au bord de la région spinodale, seuls les modes $k \rightarrow \infty$ sont instables, et à mesure que l'on pénètre dans la région spinodale la valeur de k_{max} augmente graduellement. Au coeur de la région spinodale la valeur de k_{max} reste constante et avoisine $0.5 fm^{-1}$.

2.4 Comparaison du champ moyen et de la dynamique moléculaire

Dans le paragraphe précédent, nous avons élaboré les outils pour appréhender les modes collectifs d'un fluide plongé dans la région spinodale, à partir de la réponse linéaire à un champ moyen.

La capacité des approches de champ moyen à décrire les propriétés dynamiques de notre fluide est loin d'être évidente. En effet, ce fluide est relativement dense et les particules sont soumises à des collisions fréquentes. Les corrélations pourraient être suffisamment importantes pour influencer sur la dynamique.

En général, une grande portée d'interaction justifie la validité des approximations de champ moyen. Par exemple, la solution de champ moyen du modèle d'Ising à portée infinie est une solution exacte du problème (voir par exemple [NEG87]). Dans notre gaz, la portée des forces n'est pas si grande comparée à la distance moyenne entre particule. il est donc difficile d'affirmer que le concept de champ moyen est pertinent. Cependant, il se peut qu'à basse densité et faible température lorsque les collisions sont moins fréquentes, il y ait un domaine où le champ moyen domine la dynamique du système.

Les simulations de dynamique moléculaire nous ont montré que, dans la région spinodale, des modes instables émergent rapidement. Pour statuer si ces instabilités peuvent être interprétées comme des modes collectifs du champ moyen nous allons réaliser une comparaison quantitative des relations de dispersion obtenues à partir de la linéarisation de l'équation de Vlasov et celle de la simulation en dynamique moléculaire.

Pour extraire les relations de dispersion des simulations, nous allons étudier séparément la propagation de différents modes. Ainsi en appliquant une transformation du type $x_i = x_i^0 + a \cos(k_n x)$ aux coordonnées de chacune des particules issues d'une distribution uniforme et en plongeant notre système de particules dans la région spinodale (en tirant aléatoirement les impulsions des particules dans une distribution Boltzmann de température $T < T_c$), on peut mesurer le taux d'amplification initial associé au nombre d'onde $k_n = 2\pi n/L$. En effet, dans un premier temps, la fluctuation de densité va être amplifiée exponentiellement

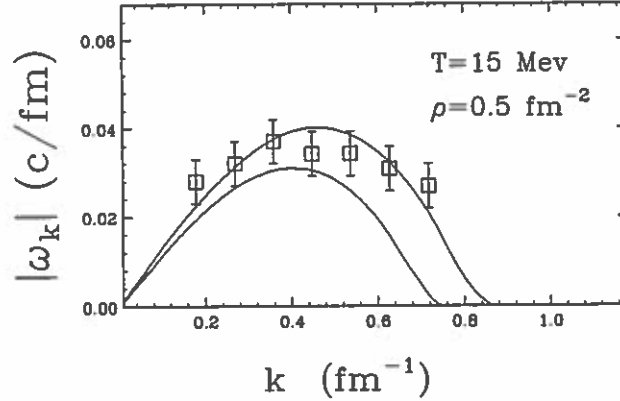


Figure 2.5: *Comparaison des relations de dispersion expérimentales (dynamique moléculaire) et théoriques (champ moyen). Les deux lignes continues illustrent les incertitudes associées dans le choix des paramètres du champ moyen \tilde{U} , elles correspondent à $A=-160, B=80, a_0 = 1.8$ et $A=-160, B=90, a_0 = 1.9$*

suivant :

$$\delta\rho_{k_n}(t) = \delta\rho_{k_n}(0)\exp(|\omega_{k_n}|t) \quad (42)$$

La valeur $|\omega_{k_n}|$ extraite de l'amplification des modes k_n dans les premiers 25 fm/c fluctue d'un événement à l'autre. Afin d'obtenir des résultats fiables nous avons moyennés les relations de dispersion sur 10 événements.

La comparaison (figure 2.5) de la relation de dispersion "expérimentale" $|\omega(k_n)|$ avec celle obtenue de la réponse linéaire au champ moyen est satisfaisante :

La relation de dispersion présente un maximum à $k \approx 0.5 \text{ fm}^{-1}$ et chute à 0 en $k \approx 0.8 \text{ fm}^{-1}$ comme la relation de dispersion "expérimentale".

Ceci démontre que dans une transition de phase liquide-gaz de premier ordre la phase initiale d'amplification des fluctuations de densité peut être interprétée comme **l'émergence de modes instables de champ moyen**. De plus les propriétés de ces modes instables peuvent être calculées grâce à la **réponse linéaire**.

2.5 Décomposition spinodale et champ moyen stochastique

Après avoir vérifié que les concepts de champ moyen permettent d'appréhender les premiers instants de la décomposition spinodale, il est très intéressant de contrôler si des théories de champ moyen permettent de décrire toute la dynamique d'une transition de phase du premier ordre.

Les approches de champ moyen stochastiques (où autrement dit les approches de Boltzman-Langevin) ont été introduites par A. Abrikosov et M. Kalatnikov pour décrire le rôle des fluctuations thermiques dans la dynamique de L'hélium 3 [ABR58]. Elles ont été ensuite étudiées en physique nucléaire [AYI88, RAN90] afin de décrire la dynamique des collisions noyau-noyau où les fluctuations jouent un rôle déterminant comme les réactions conduisant à la multifragmentation nucléaire.

Dans les collisions noyau-noyau menant à la multifragmentation, les collisions nucléon-nucléon peuvent générer **des fluctuations**. Ces fluctuations proviennent donc des corrélations entre particules et ne peuvent donc pas être décrites par des théories à un corps. Dans l'équation de Boltzmann, prototype des équations à un corps, les collisions sont prises en compte sous forme moyenne :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}_1}{m} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right] f(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1, t) = K[f] \quad (43)$$

où l'intégrale de collision est définie par :

$$K[f] = \int d^D p_2 d\Omega \sigma |\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1| [f(\mathbf{r}, \mathbf{p}'_1, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}'_2, t) - f(\mathbf{r}, \mathbf{p}_1, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}_2, t)] \quad (44)$$

où Ω est l'angle entre les vecteurs \mathbf{p}'_2 et \mathbf{p}'_1 , et σ la section efficace de collision.

L'idée directrice des approches de champ moyen stochastique est de réintroduire les fluctuations issues des collisions à deux corps dans une équation à un corps telle l'équation de Boltzmann. A la manière de Langevin, on peut en effet introduire un terme aléatoire décrivant l'effet moyen des fluctuations sur la dynamique des observables à un corps.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = K[f] + \delta K \quad (45)$$

Le terme fluctuant δK permet de traiter statistiquement l'influence des corrélations sur l'évolution de $f_1(r, p, t)$.

L'amplitude du bruit δK peut être choisie grâce au théorème de fluctuation-dissipation. L'applicabilité des méthodes de champ moyen stochastique à notre cas de décomposition spinodale n'est pas évidente. Essentiellement en raison des collisions et des fortes corrélations qui vont s'établir dans les derniers stades de la dynamique lorsque le fluide aura formé des régions à haute densité.

La reproduction de tous les stades de la dynamique de la décomposition spinodale pourrait constituer un test des plus convaincant pour les approches de champ moyen stochastiques.

La comparaison entre la dynamique moléculaire et une approche de Boltzmann Langevin a été réalisé au coeur de la région spinodale. Nous avons ajusté les paramètres de la simulation de champ moyen stochastique sur des quantités statiques (énergie de surface pour la portée du champ moyen, et position du

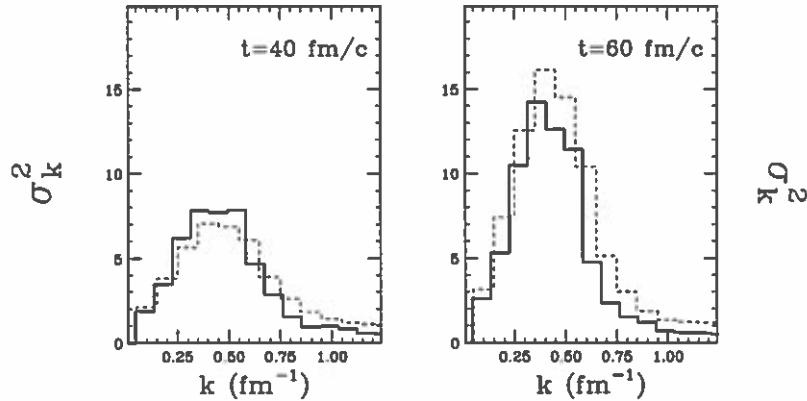


Figure 2.6: comparaison d'un événement de décomposition spinodale pour les temps 40 et 60 fm/c en dynamique moléculaire (ligne continue) et dans une approche de champ moyen stochastique (ligne tiretée).

point critique pour les paramètres A et B) comme nous l'avons fait précédemment. Le terme de bruit $\delta K(r, p, t)$ a été introduit, dans les conditions initiales, de façon à vérifier le théorème de fluctuation-dissipation pour le mode le plus instable $k \approx 0.5 \text{ fm}^{-1}$. L'étude détaillée des ingrédients de la simulation BL sont présentés dans la thèse de A. Guarnera [GUA96].

Sur la figure (2.6) nous présentons la comparaison des fonctions de corrélation pour la dynamique moléculaire et les simulations de champ moyen stochastiques à $\rho = 0.5 \text{ fm}^{-2}$ et $T = 15 \text{ MeV}$. Nous pouvons noter les mêmes caractéristiques dans les deux approches. Les deux évolutions de la transformée de Fourier des fluctuations $\sigma_k(t)$ restent proches. Compte tenu des incertitudes sur l'énergie de surface du gaz classique (10 %) et sur la température critique ($\pm 2 \text{ MeV}$) on peut considérer l'accord sur les évolutions de $\sigma_k(t)$ comme remarquable. La figure (2.7) permet de comparer l'évolution du mode le plus instable (grâce à $\sigma_{k_{\max}}^2(t)$) des deux calculs. C'est ce mode k_{\max} en fait qui va déterminer une grande part de la dynamique puisqu'il va mener à la formation de domaines de taille $\lambda = 2\pi/k_{\max}$.

L'enjeu d'une telle comparaison ne concerne pas uniquement les fluides classiques. En effet, puisqu'il est toujours possible de suivre la dynamique des N particules classiques avec un calcul en dynamique moléculaire, incluant toutes les corrélations, l'utilisation d'une simulation de champ moyen ne présente pas de réel intérêt. L'étude de la décomposition spinodale dans les noyaux [GCC96] ayant été entreprise sur la base de telles simulations, il était donc nécessaire de s'assurer de l'applicabilité des méthodes de champ moyen stochastique dans le contexte des transitions de phase du premier ordre.

Par ailleurs, et plus généralement, cette comparaison démontre que les con-

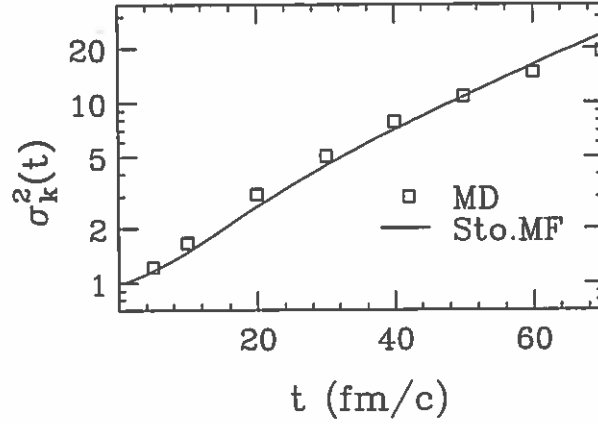


Figure 2.7: comparaison de l'évolution de la transformée de Fourier des fluctuations (normalisée à $t=0$) pour le mode le plus instable $\sigma_{k_{\max}}^2$ en dynamique moléculaire et pour la simulation de champ moyen stochastique.

cepts de champ moyen peuvent être tout à fait appropriés pour décrire non seulement l'émergence de modes instables, mais aussi toute la dynamique associée au processus de décomposition spinodale.

2.6 Champ moyen et noyau atomique

La généralisation des résultats précédents au cas du noyau atomique n'est pas simple. De plus, en physique nucléaire, certaines publications ont mis en évidence des différences entre la dynamique de champ moyen et une dynamique moléculaire de particule reproduisant certaines propriétés des noyaux [BEL94].

L'un des arguments justifiant le succès des méthodes de champ moyen est que, à des densités proches de la densité de saturation, la matière nucléaire est un fluide où les collisions nucléon-nucléon sont assez rares.

Les propriétés de l'interaction N-N combinées aux effets quantiques (connectés au mouvement de point zéro et à la statistique de Fermi) font que l'énergie cinétique des particules est assez forte comparée à l'énergie de liaison, ce qui explique l'état liquide du noyau atomique. Par ailleurs, l'interaction N-N présente un forte composante répulsive à une distance de l'ordre de $r_c \approx 0.5 fm$. Lorsqu'on compare la densité de saturation à la densité d'un cristal compact de particule de rayon $r_c/2$, on remarque que la densité de nucléon est relativement faible [BOH69] :

$$c_{nuc} = \left(\frac{\rho_{compact}}{\rho_{nucleaire}} \right)^{1/3} \approx 4 \quad (46)$$

où $\rho_{compact}$ est la densité maximum d'un cristal cubique centré de particule de rayon $r_c/2$. Le facteur c fournit une quantité très pratique pour comparer la

densité effective de différents systèmes. Les violentes interactions répulsives entre nucléons sont donc assez rares, et les mouvements des nucléons peuvent être considérés comme indépendants la plupart du temps, c'est pourquoi les modèles à particules indépendantes et les approximations de champ moyen se sont révélées si efficaces en physique nucléaire.

Dans un fluide comme l'Hélium 3, les approximations de champ moyen peuvent cependant fournir une image satisfaisante même à des densités beaucoup plus proches de la densité d'un cristal compact [WEA66], les effets quantiques l'empêchant de cristalliser, il garde les propriétés d'un fluide.

Notre potentiel d'interaction possède des échelles de longueur comparable à celle du potentiel N-N, c'est-à-dire un coeur dur répulsif r_c de 0.55 fm et une partie attractive de très courte portée de l'ordre de $4 - 5 \text{ fm}$. Cependant, nous avons étudié ce fluide à des densités assez proches de la densité du cristal. En effet, aux densités considérés $\rho \approx 0.5$, le facteur c'est beaucoup plus faible que dans le cas nucléaire :

$$c = \left(\frac{\rho_{\text{compact}}}{\rho} \right)^{1/2} \approx 2.5 \quad (47)$$

La validité d'approximation de champ moyen pour décrire ce fluide classique était donc loin d'être assurée, non seulement en raison du contexte très spécial d'une transition de phase, mais en raison de la forte densité du système.

Par ailleurs, nous avons réalisé cette simulation pour un gaz à deux dimensions, dans une géométrie à trois dimensions chaque particule possèdera un nombre plus important de voisins et l'interaction moyenne résultante ressentie par une particule fluctuera moins, et donc la validité du champ moyen sera d'autant plus assurée.

Les résultats obtenus dans un système classique, à une densité très proche de la cristallisation, apparaissent comme un **test des plus contraignants de la validité des approches de champ moyen, et des approches de type Boltzmann-Langevin pour la décomposition spinodale dans les noyaux.**

Remarque : *on peut objecter que le diagramme de phase ne reproduit pas quantitativement le diagramme de phase de la matière nucléaire. En effet, la nature de l'interaction donne une température critique de 40 MeV . Alors que dans la matière nucléaire on attend plutôt une température critique de 20 MeV .*

On peut argumenter que la quantité physique importante pour comparer un gaz de Boltzmann et un gaz de Fermi n'est pas la température mais l'énergie cinétique moyenne. Et en effet, le mouvement de Fermi des nucléons donne une contribution à l'énergie cinétique moyenne de l'ordre d'une vingtaine de MeV .

D'autre part, nous aurions pu de toute façon diminuer la valeur du puit de

potentiel pour obtenir un point critique plus bas, et observer de la même manière les caractéristiques très générales d'une transition de phase de premier ordre.

Notons que des simulations en dynamique moléculaire classique, avec une interaction ajustée telle que le cristal compact reproduise la densité et l'énergie de la matière nucléaire, ont été réalisées [LEN90]. En utilisant cette interaction, les auteurs de la référence [BEL94] ont simulé l'expansion d'un système de 100 particules jusqu'à de basses densités. Ils ont détecté de nettes différences entre une dynamique de champ moyen et la dynamique moléculaire aux densités de l'ordre de la moitié de la densité de saturation. Ceci est assez compréhensible, puisque les approches de type Boltzmann ne sont certainement pas adaptées pour décrire un système aussi dense, en effet dans leur étude on a :

$$c = \left(\frac{\rho_{compact}}{\rho} \right)^{1/3} \approx 1.3 \quad (48)$$

De plus comme le montre la référence [BEL95] le champ moyen utilisé dans [BEL94] ne reproduit pas du tout le diagramme de phase du fluide de la simulation en dynamique moléculaire. Il aurait donc été étonnant d'observer la même dynamique dans les deux systèmes.

Pour un facteur c de l'ordre de 2-3 nous avons pu vérifier que le champ moyen pouvait donner des réponses satisfaisantes. Si un système nucléaire uniforme atteint la région spinodale à une densité de l'ordre de la moitié de la densité de saturation le facteur c sera de l'ordre de 5 et il ne fait aucun doute que les théories de champ moyen soient adaptées pour décrire la dynamique de la décomposition spinodale.

2.7 Conclusion

Nous avons donc démontré en étudiant la dynamique d'une décomposition spinodale dans un système de particules classiques interagissant via un potentiel de portée comparable à celui des nucléons que les concepts de champ moyen nous permettaient de décrire la phénoménologie d'une décomposition spinodale. Bien que les fortes fluctuations de densité, les fortes corrélations entre particules dues au coeur dur et la portée des forces relativement courtes nous avait conduit à mettre en doute la validité des approches de champ moyen.

Dans notre expérience numérique de dynamique moléculaire, nous avons observé que la portée des forces favorisait l'émergence de modes particuliers dès les premiers instants de la décomposition spinodale. Nous avons remarqué que l'évolution dynamique du fluide était complètement déterminée par l'amplification initiale des fluctuations de densité (voir figure 2.3). Cette observation établit

l'importance de la compréhension du début de la dynamique de ce type de transition de phase, pour prédire la forme des fragments finaux.

Nous avons ensuite utilisé un champ moyen dépendant de la densité $\tilde{U}(\rho)$ afin de réaliser un calcul des relations de dispersion grâce à l'équation de Vlasov linéarisée. Le choix d'un champ moyen reproduisant les propriétés de surface et de volume de notre fluide, nous a permis de reproduire d'une façon tout à fait satisfaisante la croissance initiale des différents modes (figure 2.4). La comparaison entre la dynamique moléculaire de notre fluide avec celle d'une simulation Boltzmann-Langevin utilisant le champ moyen $\tilde{U}(\rho)$ nous a permis d'affirmer qu'à condition d'inclure un bruit simulant celui induit par les collisions très fréquentes de notre fluide classique, les simulations de type champ moyen stochastique était capable de reproduire toute la dynamique d'une transition de phase du premier ordre.

Comme nous l'avons montré, les débuts de la dynamique d'une décomposition correspondent à un **régime linéaire**. C'est à dire que systématiquement, on assiste à l'amplification des modes instables suivant la relation de dispersion, qui peut être calculée grâce à des approches en réponse linéaire. Dans notre fluide classique, il apparaissait des domaines dont la taille était proche de la longueur d'onde la plus instable de la relation de dispersion. Ceci peut laisser penser que le simple calcul des relations de dispersion pourrait nous permettre de prédire la taille des fragments qui vont émerger à la fin du processus de décomposition spinodale. Cependant dans le fluide nucléaire, il se peut que le régime linéaire ne s'établisse que dans les tous premiers instants de la transition de phase, et qu'ensuite des phénomènes plus complexes apparaissent, brouillant ainsi les traces des instabilités initiales. Cela réduirait considérablement l'intérêt du calcul des relations de dispersion.

Il conviendrait donc d'étudier si, dans la matière nucléaire, un **régime chaotique** pourrait suivre le régime linéaire d'amplification des fluctuations...

Chapitre 3

Régularité et chaos dans la région spinodale

3.1 Introduction

3.1.1 La multifragmentation: un phénomène chaotique?

Le relatif succès des modèles statistiques pour la multifragmentation nucléaire dans les collisions d'ions lourds suggère que la source formée au premier instant de la collision pourrait avoir équilibré tous ses degrés de liberté (densité, température, énergie d'excitation). Des approches statistiques ([GRO90]) proposent notamment de calculer les distributions de fragments à partir d'une fonction de partition $Z = \sum_i e^{S_i}$ où S_i représente l'entropie associée à une partition i particulière de la source en fragments. De telles théories prédisent que la désexcitation des sources nucléaires permettent de former des partitions de fragments très variées. Les distributions de fragments obtenues recouvrent en quelque sorte tout l'espace des phases accessible. En d'autres termes, le système peut donc former une grande gamme de distributions de fragments permises par les lois de conservation (énergie, quantité de mouvement, moment angulaire).

Cependant il apparaît que la multifragmentation est un processus très rapide (100–200 fm/c [DUR95]), ce qui peut jeter un doute sur la validité d'hypothèses d'équilibre thermodynamique entre fragments. Le système formé n'a certainement pas assez de temps pour explorer tous l'espace des phases, et d'équilibrer ses fluctuations avant d'évoluer irréversiblement vers la formation de fragments.

Si l'équilibre thermodynamique n'est pas atteint, pourquoi les modèles statistiques fournissent des résultats satisfaisants?

Une solution raisonnable est que l'accord entre les distributions de fragments de masse intermédiaire obtenues dans les expériences et ceux fournis par les modèles statistiques résulte de la moyenne sur un grand nombre d'événements dynamiquement très différents. Mais alors quelle phase de la dynamique permet

de peupler tout l'espace des phases :

- la phase initiale. Certains modèles suggèrent que la collision frontale entre deux noyaux va mener à la formation d'une source très excitée. On peut alors imaginer que les techniques d'analyse expérimentales pour sélectionner et classer les conditions initiales de la collision (telle que le paramètre d'impact, l'énergie d'excitation) ne soient pas suffisantes pour discerner plusieurs types de réactions. Ceci pourrait conduire, de ce fait, à un mélange de processus très différents produisant ainsi des distributions complexes de fragments d'où il est difficile d'extraire quelque information sur l'un des processus mis en jeu.
- La phase intermédiaire est celle que sont supposés décrire les modèles dynamiques telle que B.U.U. ou B.L. . Le fait que la dynamique du système soit chaotique pourrait expliquer ce peuplement statistique de l'espace des phases. En effet des conditions initiales très proches lors de la collision induiraient alors à des évolutions dynamiques si différentes que les seules des approches possibles pour la multifragmentation soient statistiques.
- La phase finale, enfin où l'on va finalement assister à la désexcitation des fragments primaires chauds formés lors de la phase intermédiaire. Cette phase finale pourrait également laver des caractéristiques, des corrélations signant un évolution dynamique particulière. Cette désexcitation de fragments chauds pourrait donc également expliquer la pertinence des modèles statistiques.

Une ou plusieurs de ces "phases" dans la dynamique pourrait expliquer l'accord observé entre les modèles statistiques et les données expérimentales.

En supposant un scénario de type décomposition spinodale on fait implicitement l'hypothèse que le système va former une source chaude à basse densité. On admet donc qu'une évolution dynamique bien précise peut amener la source nucléaire à basse densité, c'est ensuite que les fluctuations de densité s'amplifient pour conduire à la multifragmentation.

Le chaos peut-il apparaître dans cette phase de croissance des fluctuations dans la région spinodale ?

Au chapitre 2, il a été clairement démontré que la décomposition spinodale dans un fluide classique se traduisait par la formation de fragments due à l'émergence de modes collectifs instables de champ moyen. Dans cette dynamique classique, l'emploi de la réponse linéaire permettait de décrire certes les premiers instants de la décomposition, mais aussi la taille des fragments observés.

Dans quelle mesure peut-on perdre la mémoire des instabilités initiales dans la matière nucléaire. Plus exactement, un système décrit par une équation de transport de type Vlasov, équation hautement non-linéaire peut-il rejoindre un régime chaotique dans la région spinodale ?

3.1.2 Le chaos : généralités

Les travaux entrepris tant en physique qu'en mathématique depuis près d'un siècle ont permis d'élucider un bon nombre de problèmes liés à la transition de systèmes vers le désordre et le chaos.

L'étude de modèles mathématiques relativement simples a montré qu'un seul terme non linéaire dans un système à petit nombre de degré de liberté pouvait induire une évolution chaotique, c'est-à-dire imprédictible à plus ou moins long terme. Citons par exemple le modèle de Lorentz (1963), qui a été conçu à la base pour simuler des phénomènes de météorologie. Il est défini par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dt} &= \sigma(A_1 - A_2) \\ \frac{dA_2}{dt} &= rA_1 - A_2 - A_1A_3 \\ \frac{dA_3}{dt} &= -bA_3 + A_1A_2\end{aligned}\tag{1}$$

Bien que déterministe ce modèle possède pour certaines valeurs de ses paramètres (r, σ, b) des trajectoires imprédictibles à long terme : Deux trajectoires très proches dans l'espace (A_i, \dot{A}_i) s'écartent alors rapidement l'une de l'autre sous l'effet des termes non-linéaires A_1A_3 et A_1A_2 , perdant la mémoire de leur proximité initiale. De ce fait, pour prédire l'évolution d'une trajectoire il s'avère nécessaire de connaître très précisément les conditions initiales. Chose qui n'est possible en physique qu'à une incertitude près. Ceci implique que certains systèmes (comme le modèle de Lorentz), décrits par des équations déterministes mathématiquement, soient physiquement indéterministes.

L'introduction de la technique de la section de Poincaré fut essentielle à la compréhension de la transition d'un comportement régulier à un comportement complexe lorsqu'on varie les paramètres de contrôle.

La technique de la section de Poincaré consiste faire une analyse stroboscopique du système à étudier, en étudiant les intersections successives de trajectoires dans l'espace des phases avec une section Σ de cet espace. Cette technique introduite par Poincaré va nous fournir un ensemble de points d'intersection $M_1, M_2, \dots, M_i, M_{i+1}, \dots$ avec la surface Σ .

On passe ainsi d'un système à temps continu à un système à temps discret. L'étude de la dynamique va pouvoir se réduire à la compréhension de la fonction itérative F nous faisant passer successivement de M_i à M_{i+1} . Cette fonction F est appelée application de premier retour. Si on part d'un système périodique ou régulier, la section de Poincaré va mettre en évidence les écarts des points M_i ,

par rapport au comportement moyen de ces points. Ces approches constituent la base de la théorie des bifurcations.

La perte de prédictibilité est caractérisée, en général, par la décroissance des corrélations entre des points successifs de l'application de premier retour (F) sur la section de Poincaré.

Par exemple, deux points M_i et N_i proche dans l'espace des phases peuvent conduire à des évolutions très différentes, $F(..F(..(M_i)..))$ et $F(..F(..(N_i)..))$ vont rapidement s'éloigner dans l'espace des phases.

Cette instabilité des trajectoires, cette grande sensibilité de l'évolution du système aux conditions initiales est une des caractéristiques importante du chaos.

Le taux de divergence de deux trajectoires dans l'espace des phases peut être quantifié grâce aux calculs des exposants de Lyapunov. Ces exposants mesurent la séparation exponentielle de deux trajectoires voisines. Soit un système gouverné par un système d'équations différentielles:

$$\frac{dx_i}{dt} = G_i(x_1, \dots, x_n) \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

Pour étudier la stabilité d'un point donné, on linéarise les équations du mouvement autour de ce point $x_0 = (x_{01}, \dots, x_{0n})$

$$\frac{d\delta x_j}{dt} = \sum_i \delta x_i \left(\frac{\partial G_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

la norme $d(t) = \sqrt{\sum_i \delta x_i^2(t)}$ nous fournit une mesure de la divergence des trajectoires avec les deux conditions initiales x_0 et $x_0 + \delta x$. On définit alors l'exposant de Lyapunov

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln[d(t)/d_0]}{t} \quad (4)$$

Généralement, dans un système régulier $d(t)$ croît seulement linéairement, donc λ est nul. Cependant dans les systèmes chaotiques, certaines trajectoires divergent exponentiellement on obtient alors des exposants de Lyapunov positifs.

Des critères topologiques ont été avancés dans un contexte mathématique pour tenter de définir le chaos. Dans l'espace des phases considéré, la sensibilité des trajectoires aux conditions initiales, l'existence d'une trajectoire dense et l'existence de points périodiques sont les trois conditions mathématiques associées au terme chaos.

Cependant, plus généralement le chaos réfère avant tout à la perte des corrélations pour une quantité $A(t)$ donnée au cours du temps. Si ces corrélations temporelles sont perdues après un temps fini t_{chaos} , on peut parler de régime chaotique. Dans ce cas, la connaissance de A jusqu'à un temps t_0 ne permettra pas de prédire correctement les valeurs de A pour $t > t_0 + t_{chaos}$. La frontière entre l'ordre et le

chaos entre prédictibilité et imprédictibilité est reliée au degré de précision des prédictions, à la valeur des échelles de temps t_{chaos} . Ce ne sont donc pas des critères absolus.

3.2 Equation de Vlasov et régime chaotique

Nous avons vu au paragraphe précédent que la perte de prédictibilité sur l'évolution d'un système étaient intimement reliée à la présence de non-linéarités. Un fluide, en général et la matière nucléaire en particulier, sont bien appréhendés par les équations de transport pour des systèmes équilibrés localement et proches d'un équilibre "global". Dans ce contexte, généralement les approches utilisant la réponse linéaire sont suffisantes pour saisir les propriétés de transport du système, donnant accès à son évolution. Cependant, lors d'une décomposition spinodale où de grandes fluctuations de densité apparaissent, même si les concepts d'équilibre local peuvent s'appliquer, de fortes non-linéarités pourraient apparaître. Dans ce cas, alors la validité de la réponse linéaire pour la prédiction de l'évolution du fluide pourrait se limiter aux tout premiers instants de la décomposition spinodale et ce type d'approche ne suffirait pas pour désigner les modes instables responsables de la formation des fragments. Rapidement on pourrait rejoindre un régime chaotique et désordonné, en raison de l'importance des termes non-linéaires.

Pour un fluide classique, nous avons clairement observé que les modes instables de champ moyen déterminaient non seulement les débuts de la décomposition spinodale mais aussi l'ensemble de la dynamique. Qu'en est-il dans la matière nucléaire ? A température nulle, un système nucléaire est un liquide, car les particules subissent une forte agitation cinétique et l'énergie de liaison est inférieure à l'énergie cinétique moyenne. Cette particularité peut favoriser la perte rapide des traces des instabilités initiales.

Les caractéristiques du fluide nucléaire (voir discussion de chapitre précédent) justifient l'emploi des approximations de champ moyen. Les équations utilisées de type champ moyen sont non-linéaires en raison de la présence du potentiel self-consistant. Dans la suite de la dynamique, les équations de champ moyen pourraient présenter un comportement chaotique dans la région spinodale... Les références [BUR94, BAL95] ont étudié une partie de ces questions dans une dynamique de type Vlasov dans un morceau de matière nucléaire à deux dimensions. En observant la rapide amplification de modes instables les auteurs de ces références ont conclu que la dynamique de la formation des fragments dans la région spinodale devenait rapidement chaotique. Nous déterminerons d'une façon plus quantitative dans ce contexte nucléaire sur quelles échelles de temps il est possible de faire des prédictions analytiques sur la nature des modes instables, comme nous l'avons fait au chapitre 2 pour un gaz classique, et à partir de quel

moment toutes les traces des instabilités initiales sont perdues.

3.2.1 Simulation de l'équation de Vlasov

Dans la suite du chapitre, nous utiliserons un code de simulation sur réseau de l'équation Vlasov à deux dimensions, développée dans la référence [BUR91]. Ce code permet donc la résolution numérique de l'équation de Vlasov :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (5)$$

où \tilde{U} est un champ moyen dépendant de la densité :

$$\tilde{U} = (A(\frac{\rho}{\rho_0}) + B(\frac{\rho}{\rho_0})^\sigma) \otimes g \quad (6)$$

Afin d'inclure une portée au potentiel, une convolution avec une fonction gaussienne $g(r) = \exp(-r^2/(2a_0^2))$ a été utilisée (cf fenêtre de la figure 3.1). Le choix de a_0 est relié à la portée des forces nucléaires. Une valeur raisonnable de a_0 pour mimer ces effets de portée des forces serait de 0.6 fm dans un calcul quantique. Cependant nous allons effectuer un calcul semi-classique qui par rapport à une approche quantique ne contient pas les effets de non-localité du terme d'énergie cinétique (on pourra se référer au chapitre 4 et l'annexe C : le terme d'énergie cinétique en mécanique quantique contribue à l'énergie de surface du système). On peut cependant choisir d'augmenter $a_0 = 0.9 \text{ fm}$ pour prendre en compte ces effets quantiques [AYI95].

En fait, afin de comprendre si la portée des forces joue un rôle important dans le développement des non-linéarités, nous avons choisi deux types de forces : une avec une portée assez réaliste pour la matière nucléaire ($a_0 = 0.9 \text{ fm}$), et une autre de plus courte portée ($a_0 = 0.3 \text{ fm}$) étudiée dans les références [BUR94, BAL95]. Comme nous l'avons déjà remarqué dans le chapitre précédent, la portée des forces a un rôle prépondérant dans le développement des instabilités spinodales. Elle introduit un coupure ultraviolette k_c dans la relation de dispersion. Plus la portée est longue plus les interactions sont moyennées à grande distance, désavantagant les instabilités de petite longueur d'onde. La force de courte de portée possède plus de modes instables et ils sont, en général, plus rapides comme le montre les relations de dispersion (figure 3.1). Le nombre de modes instables pourrait bien avoir une influence non-triviale sur l'évolution dynamique : le couplage entre les différents modes peut avoir plus d'importance lorsqu'il y a un très grand nombre de modes instables. Par ailleurs, une superposition de tous ces modes instables pourrait rendre la dynamique complètement imprédictible à long terme. Nous étudierons par la suite ces deux forces afin d'examiner ces questions.

Dans ce contexte bidimensionnel, la densité de saturation est $\rho_0 = 0.55 fm^{-2}$, elle a été choisie de façon à obtenir l'impulsion de Fermi de la matière nucléaire à 3 dimensions : $p_f = 260 MeV/c$. La limite de la région spinodale, avec $A = -100.3 fm/c$, $B = 48 MeV$ et $\sigma = 2$ est obtenue à $\rho = 0.6\rho_0$ pour $T = 0$. Dans le but de simplifier l'analyse de la dynamique, le potentiel U a été moyenné dans la direction y . De cette façon les instabilités ne peuvent croître et se propager suivant la seule direction x . Nous avons entrepris notre étude sur une boîte de $Lx = 51 fm$, $Ly = 15 fm$, et afin de s'affranchir des effets de bords, des conditions aux bord périodiques sont utilisées. Le pas du réseau utilisé en x est $\Delta x = .3333 fm$, dans l'espace des impulsions les cellules sont $\Delta p_x = 40 MeV/c$. Par la suite, on initialisera la boîte au coeur de la région spinodale autour de $\rho = \rho_0/2$ et à $T = 3 MeV$, et nous étudierons l'évolution de la densité au cours du temps :

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int d\mathbf{p} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \quad (7)$$

3.2.2 Propagation des modes normaux

Intéressons nous, d'abord à la propagation de petites fluctuations de densité dans la direction x .

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho(x, t) = \rho_0 + \delta\rho(x, t) \quad (8)$$

Pour la boîte de matière nucléaire les modes normaux sont des ondes planes caractérisées par leur nombre d'onde $k = \frac{2\pi n}{L}$. Dans la suite du chapitre, nous utiliserons souvent n pour désigner les modes. Analysons la dynamique dans l'espace de Fourier :

$$\delta\rho_k(t) = \int dk e^{ikx} \delta\rho(x, t) \quad (9)$$

Lorsqu'on ajoute une perturbation sinusoïdale k à densité uniforme, et que l'on se trouve dans la région spinodale pour le mode considéré, elle est, dans un premier temps, amplifiée exponentiellement.

$$\delta\rho_k(t) = \delta\rho_k(0) \exp(|\omega_k|t) \quad (10)$$

La figure (3.1) présente pour chacune des forces le taux d'instabilité ω_k en fonction de k . A la manière du chapitre 2, il est possible de calculer les relations de dispersion théoriques à partir de la théorie de la réponse linéaire. L'équation donnant les pôles de la fonction de réponse est :

$$1 - \left(\frac{\partial U}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} g(k) \cdot \Pi_0(k, \omega) = 0 \quad (11)$$

où $g(k)$ est la transformée de Fourier de la gaussienne utilisée pour la portée. La fonction Π_0 est donnée par :

$$\Pi_0(k, \omega) = \int \frac{d^D p}{(2\pi)^2 \hbar^D} \frac{\mathbf{k} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f_0(p)}{(\omega - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{m})} \quad (12)$$

Le calcul de la fonction $\Pi_0(k, \omega)$ pour un fluide à deux dimensions à température nulle, caractérisé par une distribution de Fermi $f_0(p) = \Theta(|\mathbf{p}_f| - |\mathbf{p}|)$ est analytique [CCR94], et en injectant dans l'équation de dispersion (11) on obtient :

$$\omega_k^2 = \frac{k^2}{m} \rho \left(\frac{\frac{\epsilon_f}{\rho} - \frac{\partial U}{\partial \rho} g(k)}{\frac{\epsilon_f}{2\rho} - \frac{\partial U}{\partial \rho} g(k)} \right) \quad (13)$$

Les lignes continues sur les figures (3.1) ont été calculées à partir de la relation précédente. Les points reportés sur les deux relations correspondent à l'amplification de perturbations sinusoïdales calculée avec le code entre $t = 0$ et $t = 20 \text{ fm}/c$.

Les taux d'amplification théoriques $|\omega_k|$ sont en parfait accord avec ceux de la simulation. Ceci qui indique la pertinence de la réponse linéaire au moins jusqu' à $20 \text{ fm}/c$ pour prédire l'évolution des fluctuations de densité.

Le constat d'une simple instabilité "linéaire" (c'est-à-dire reproductible par une théorie de réponse linéaire) semble en contradiction avec les conclusions des références [BUR94, BAL95] qui prétendaient observer un régime chaotique dès les premiers instants de la décomposition spinodale.

La force à longue portée possède une relation de dispersion très proches de celle qui devrait caractériser la matière nucléaire à trois dimension [AYI95, COL94] au coeur de la région spinodale : cette force amplifie essentiellement des instabilités de longueur d'onde $\lambda \approx 12 \text{ fm}$ c'est-à-dire les modes $n = 4, 5$ et 6 alors que la force à courte portée mène à une dynamique très rapide et favorise un développement des instabilités de très petite longueur d'onde, les modes $n = 15 - 20$.

3.2.3 Etude des non-linéarités

Une façon d'estimer l'importance des non-linéarités est d'observer le couplage entre les modes normaux excités séparément. En initialisant le fluide avec une perturbation sinusoïdale k , nous allons pouvoir observer si la dynamique va alimenter d'autres modes orthogonaux (de longueur d'onde différentes). Sur la figure (3.2), on observe la propagation d'une oscillation de densité pour les deux forces considérées à chaque fois pour deux conditions initiales $\rho = 0.5\rho_0$ et $\rho = 0.51\rho_0$. Remarquons que les sinus s'amplifient quasiment de la même manière pour les deux conditions initiales. En ce qui concerne la force à courte portée, lorsque les fluctuations ont atteint une grande amplitude, on voit apparaître d'autres modes.

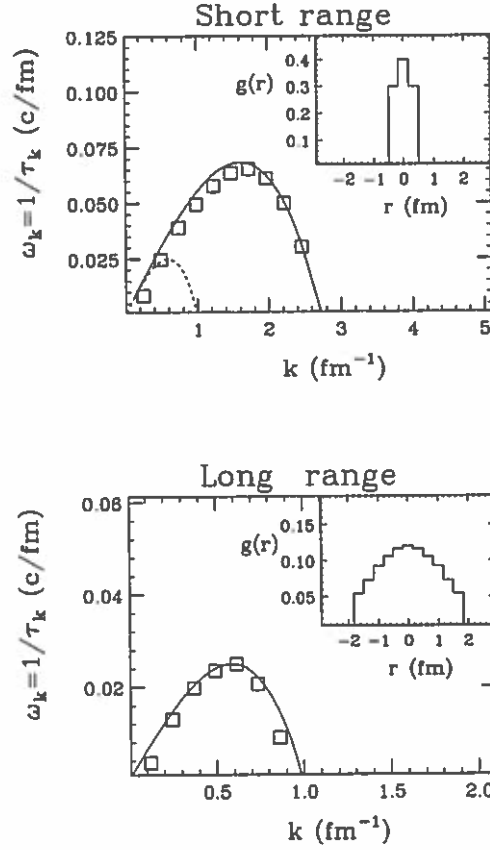


Figure 3.1: relations de dispersion pour les deux forces. Taux d'instabilité ω_k en fonction du nombre d'onde k calculé à $\rho = \rho_0/2$. Ligne continue : prédiction théorique extraite de la réponse linéaire au champ moyen. Points "carrés" : taux d'instabilité extrait de la simulation pour chacune des longueurs d'onde aux premiers instants de la décomposition spinodale (0–20 fm/c). La portée introduit une coupure dans la relation de dispersion, plus la portée est longue moins de modes de grand k sont instables (notez la différence des échelles entre les deux graphiques). Dans la fenêtre, on présente l'allure de la fonction $g(r)$ qui convoluée au champ moyen induit une portée aux interactions.

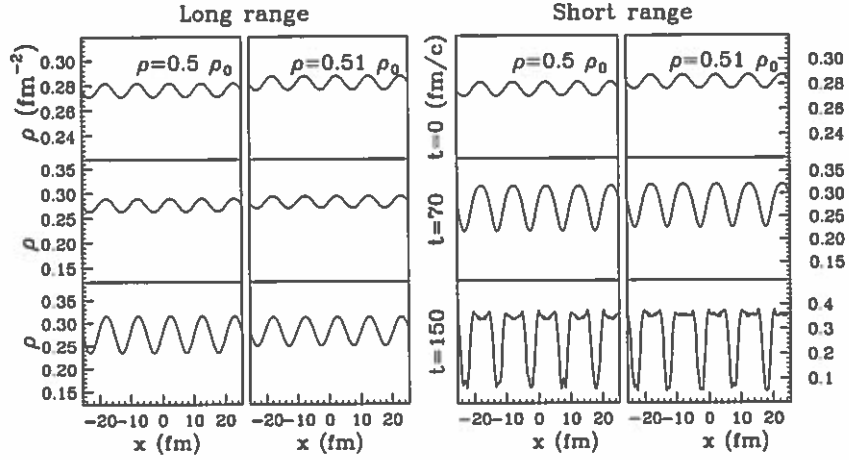


Figure 3.2: évolutions d'une perturbation sinusoïdale. Pour deux conditions initiales proches $\rho = 0.5\rho_0$ et $\rho = 0.51\rho_0$ on observe la propagation d'un mode particulier $n = 5$ aux temps $t = 0, 70, 150$ fm/c. A gauche : pour la force à longue portée les oscillations semblent s'amplifier régulièrement, la différence des deux conditions initiales n'apparaît pas prépondérante. A droite : pour la force à courte portée la dynamique est plus rapide, et après une phase d'amplification régulière, d'autres modes semblent apparaître et déforment légèrement l'onde initiale.

Ce que nous pouvons plus clairement distinguer en calculant la transformée de Fourier de la densité (figure 3.3) :

$$\sigma_k^2(t) = \left| \int dx e^{ikx} \rho(x, t) \right|^2 \quad (14)$$

Une telle analyse nous indique clairement que l'amplification des modes normaux ne laisse apparaître que de faibles non-linéarités. Pour la force à longue portée la première sous-harmonique ($n=10$) n'a pas le temps d'émerger sur un temps de 200 fm/c. Pour la force à courte portée le spectre de Fourier se complexifie lorsque $A_f > 30\%$ et $t > 70$ fm/c. En fait, sur les analyses de Fourier, on observe essentiellement l'apparition d'harmoniques sans que jamais celles-ci soient prédominantes. Ces non-linéarités n'ont pas un effet drastique sur la dynamique. Pour deux densités moyennes différentes, la propagation du mode n mène à la formation de n fragments.

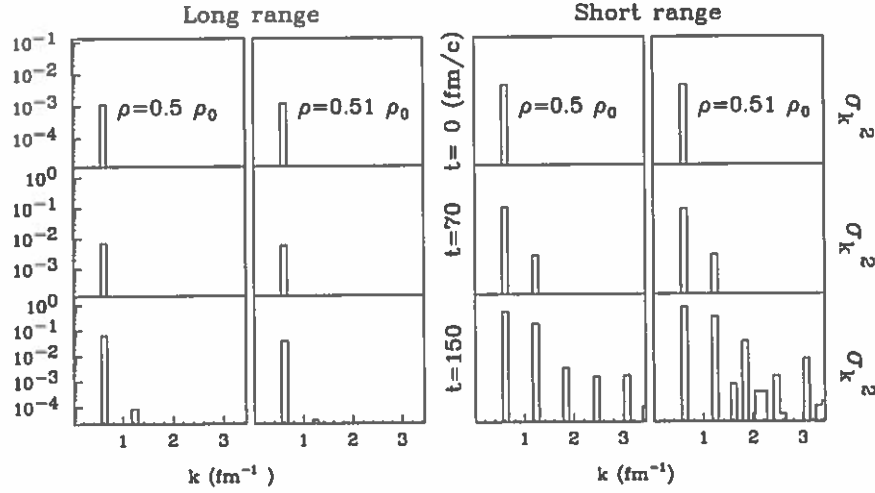


Figure 3.3: évolution d'une perturbation sinusoïdale. Analyse de Fourier de la figure précédente (voir texte).

3.2.4 Dynamique de systèmes initialisés aléatoirement

Nous avons conclu de l'analyse précédente que les modes propres étaient découplés et qu'ils pouvaient évoluer séparément. Une formation de fragments fortement chaotique ne peut pas résulter des non-linéarités. Cependant, comme nous l'avons déjà suggéré, la perte de prédictibilité pourrait résulter de la superposition d'un grand nombre de modes instables.

C'est pourquoi, nous allons maintenant étudier des événements où **tous les modes ont été excités**. Ainsi en ajoutant un bruit aléatoire de 1 % de ρ_0 à une densité uniforme, on peut exciter tous les modes instables et observer la dynamique de la fragmentation.

Nous avons présenté deux exemples d'évolution pour chacune des forces sur les figures (3.4) et (3.5) avec une densité moyenne de $\rho = 0.5\rho_0$. Cette initialisation aléatoire conduit à des évolutions différentes à chaque événement et ceci avec les deux forces. En ce qui concerne la force à courte portée (figure 3.4), la dynamique est beaucoup plus rapide. L'évolution semble apparemment irrégulière, et les deux initialisations induisent deux évolutions radicalement différentes. Cette amplification très rapide de différences minimales peut être l'indication d'un régime chaotique.

La dynamique très rapide de la force à courte portée va nous permettre de suivre la formation des "fragments", c'est-à-dire d'oscillations de densité de grande amplitude. Par conséquent, on peut suivre l'amplification des fluctuations jusqu'à $A_f = \delta\rho/\rho_0 = 80\%$, à $70 \text{ fm}/c$.

Les échelles de temps ne sont pas importantes avec cette force non réaliste; Seule importe l'amplitude des fluctuations A_f . Pour réaliser une étude quali-

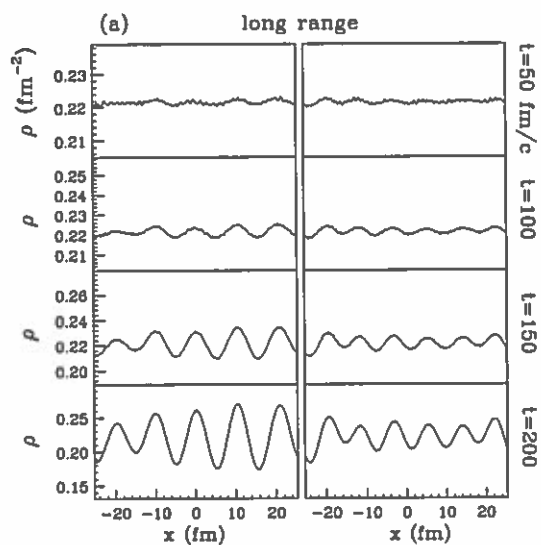


Figure 3.4: deux évolutions différentes pour la force à longue portée : évolution à partir d'une densité uniforme perturbée par un bruit blanc, aux temps $t = 50, 100, 150$, et 200 fm/c .

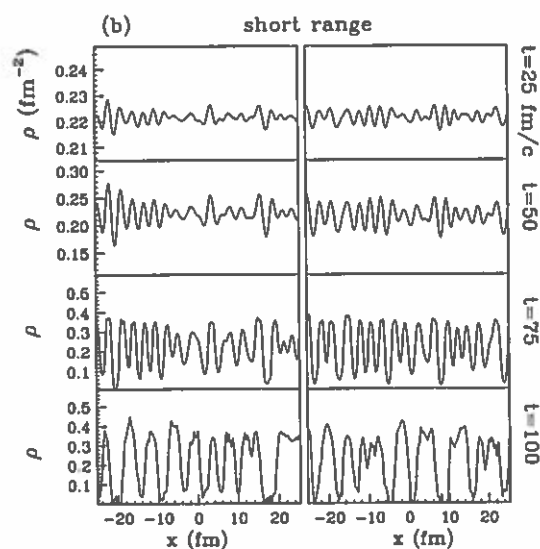


Figure 3.5: deux évolutions différentes pour la force à courte portée : évolution à partir d'une densité uniforme perturbée par un bruit blanc, aux temps $t = 25, 50, 75$, et 100 fm/c : après une phase d'amplification des oscillations de densité (jusqu' à 75 fm/c) on peut observer le collage de certains "fragments" (à 100 fm/c)

tative, A_f fournit un point de repère pour comparer les différentes phases de la dynamique dans le cas des deux forces¹. Pour les deux forces, nous pouvons remarquer que le nombre d'oscillations de densité amplifiées (15 et 17 pour la force à courte portée et 5 et 6 pour l'autre force) correspondent aux modes qui sont parmi les plus instables de la relation de dispersion (15 oscillations pour la force à courte portée correspondent à $k_{max} \approx 2 \text{ fm}^{-1}$, quant à la force à longue portée les 5 oscillations correspondent à $k_{max} \approx 0.7 \text{ fm}^{-1}$). Ce qui laisserait plutôt envisager la survivance d'une certaine régularité.

Nous allons étudier d'une manière statistique si un ensemble de trajectoires peut manifester une certaine régularité dans l'espace de Fourier.

On peut, par exemple, transposer les techniques utilisées dans l'étude des systèmes dynamiques et en particulier la section de Poincaré. En se donnant un espace des phases associé à l'évolution de chacun des modes normaux $(\sigma_k, \dot{\sigma}_k)$, on peut étudier pour chacune des trajectoires l'évolution des modes normaux. La figure (3.6) présente pour une centaine d'évolutions particulières, le couple $(\sigma_k, \dot{\sigma}_k)$ "photographié" tous les 5 fm/c à partir du temps initial, jusqu'à 50 fm/c et 200 fm/c pour respectivement la force à courte et longue portée. On visualise ainsi l'évolution de différents modes dans le plan $(\sigma_k, \dot{\sigma}_k)$ pour les deux forces. Ces dessins montrent clairement une disposition très régulière, la valeur de σ_k est fortement corrélée à celle de $\dot{\sigma}_k$. Les points se répartissent le long d'une droite dont la pente nous est donnée par la relation de dispersion. Ceci est la preuve manifeste que chaque mode évolue indépendamment de façon déterministe, suivant l'équation : $\dot{\sigma}_k = \omega_k \sigma_k$.

Afin d'examiner si à un temps donné, il reste des traces de la condition initiale, on peut étudier les corrélations entre $\sigma_k(t_0)$ et $\sigma_k(t)$ (figures 3.7-3.10) pour différents événements.

Dans le cas de la force à longue portée, figures (3.7) et (3.8), la dynamique est très régulière. On observe qu'il existe une corrélation très forte entre les coefficients de Fourier initiaux et finals. Au fur et à mesure (notamment au temps $t = 200 \text{ fm/c}$) la disposition de certains points dans le plan $(\sigma_k(t_0), \sigma_k(t))$ devient moins régulière. Ce sont essentiellement les modes les moins instables de la relation de dispersion qui sont affectés et deviennent irréguliers plus rapidement. Cependant ces modes n'influencent que faiblement la dynamique de la fragmentation du fluide.

De plus, il existe toujours une mémoire des instabilités initiales puisqu'on peut remarquer que pour un même $\sigma_k(t_0)$, l'amplitude $\sigma_k(t)$ des modes les plus instables de la relation de dispersion est toujours supérieure à l'amplitude des moins instables. Par ailleurs, on voit sur la figure (3.7) et (3.8), que le mode $n = 5$, le

¹Dans le cas de la force à longue portée, pour des raisons de temps de calcul nous n'avons pas poussé les calculs après 200 fm/c et nous ne pouvons pas suivre l'amplification des fluctuations au delà de $A_f > 30\%$

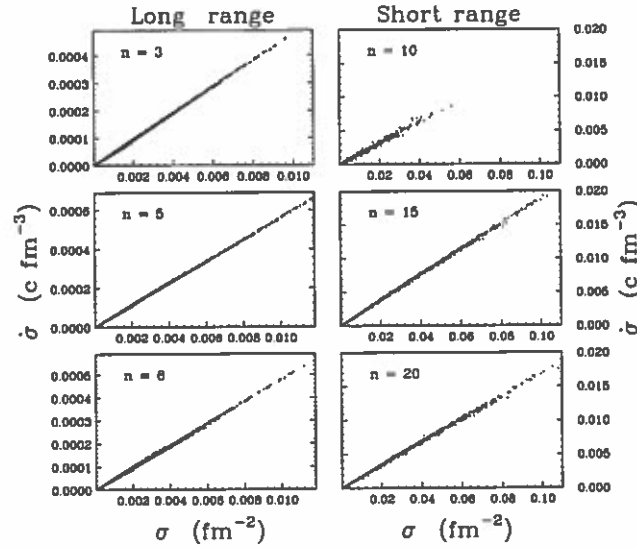


Figure 3.6: *traces d'évolution dans l'espace des phases $(\sigma_k, \dot{\sigma}_k)$ pour différents modes N ($k = 2\pi N/L$) "photographié" tous les 5 fm/c. 200 événements ont été reportés, jusqu'à $t=200$ fm/c pour la force à longue portée et 50 fm/c pour l'autre.*

plus instable de la relation de dispersion aura aux grands temps une amplitude moyenne, supérieure à celle de tous les autres : ce qui signifie que statistiquement le système va fragmenter préférentiellement en 5 fragments.

Les figures (3.9 et 3.10) pour la force à courte portée permettent d'illustrer la transition d'un régime régulier à un régime plus désordonné :

Dans la figure (3.10), les modes $n = 5, 10$ et 15 , sont très réguliers jusqu'à 50 fm/c. A partir de $t = 50$ fm/c un certain désordre apparaît sur les modes les moins instables de la relation de dispersion; Les modes les plus instables restent encore très corrélés jusqu'à $t=75$ fm/c. De plus, on observe une certaine hiérarchie entre les coefficients de Fourier : en moyenne, dès $t = 25$ fm/c et jusqu'à $t = 75$ fm/c, on a les relations suivantes $\sigma_{15}(t) > \sigma_{10}(t) > \sigma_5(t)$. Cela est dû au fait que les modes les plus rapidement amplifiés auront en moyenne une amplitude supérieure aux modes les moins instables.

Cependant cette hiérarchie a été gommée au temps $t=100$ fm/c. On peut facilement comprendre cette particularité, en observant la figure (3.5) ($t=100$ fm/c) : dans le cas de la force à courte portée, nous avons poussé l'analyse jusqu'à des temps où l'on a pu observer un régime où les fragments formés vont interargir et se coller. Les modes de grand nombre d'onde (par exemple $n=15, 10$) vont alors alimenter les modes de plus petit nombre d'onde (par exemple $n=5$) et la fonction de corrélation σ_k va se déplacer vers les petits k (c'est-à-dire les grandes longueurs d'onde). Cependant toutes les corrélations n'ont pas été perdues. La coalescence entre fragments n'a pas pu alimenter les modes de plus

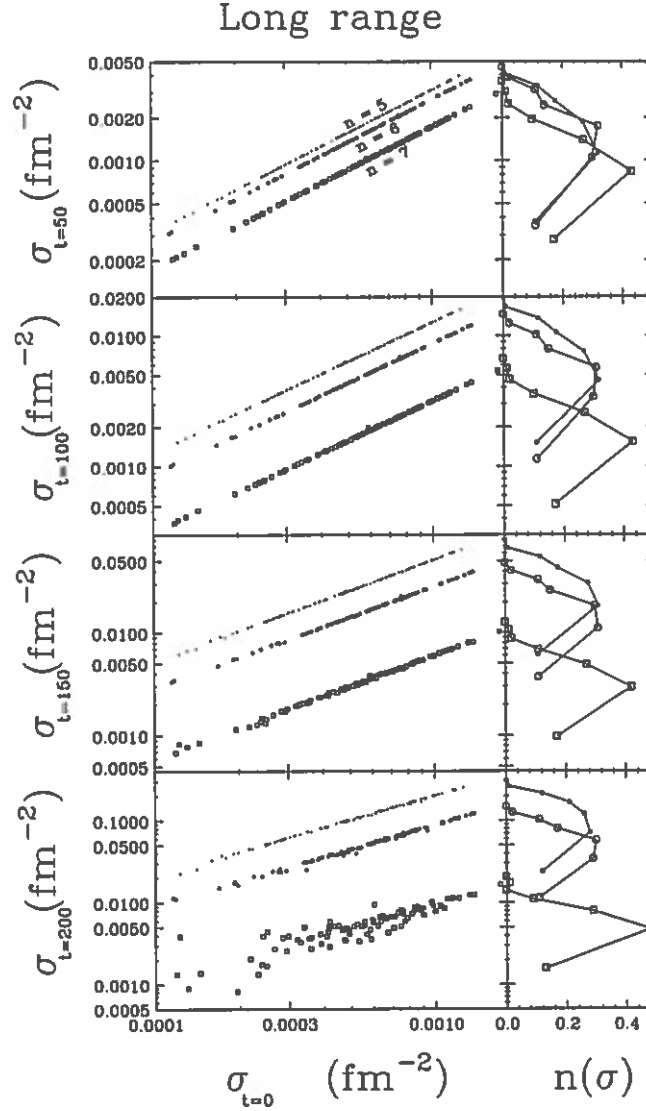


Figure 3.7: *Corrélations entre la norme des transformées de Fourier initiales $\sigma_k(t=0)$ et celles à un temps donné ($\sigma_k(t)$). Etude réalisée à partir de conditions initiales " $\rho = .5 \rho_0 + \text{Bruit}$ ". A gauche : corrélation pour trois modes $N=5, 6, 7$ pour 200 événements (un point représente un événement). A droite : projection des $\sigma_k(t)$ sur l'ordonnée pour les trois modes considérés. Cette projection permet de constater qu'une hiérarchie s'établit et est conservée au cours du temps : on a $\sigma_5(t) > \sigma_6(t) > \sigma_7(t)$.*

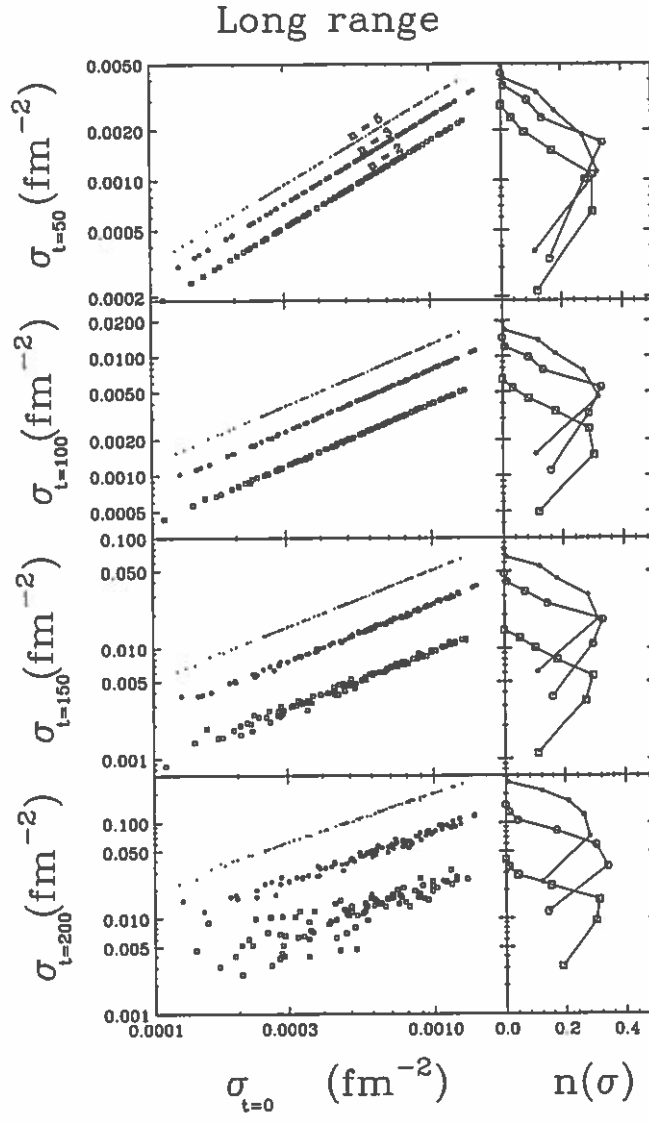


Figure 3.8: *corrélations* $\sigma_k(t=0)/\sigma_k(t)$.

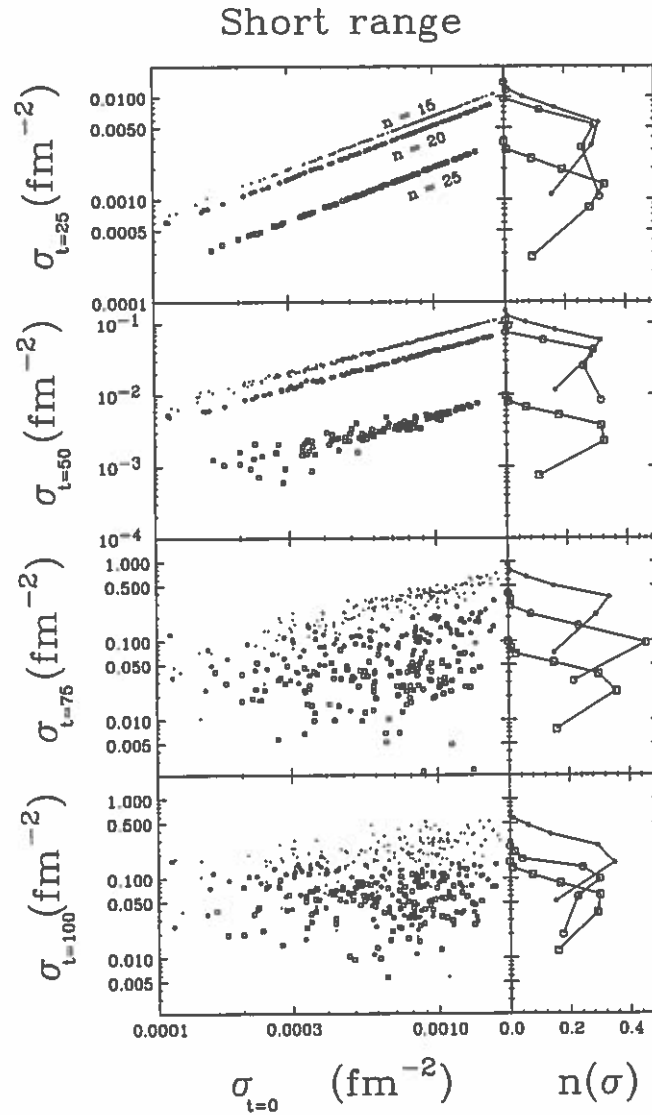


Figure 3.9: *Corrélations entre la norme des transformées de Fourier initiales $\sigma_k(t=0)$ et celles à un temps donné ($\sigma_k(t)$). Etude réalisée à partir de conditions initiales " $\rho = .5 \rho_0 + \text{Bruit}$ ". A gauche : corrélation pour trois modes $N=15, 20, 25$ pour 200 événements (un point représente un événement). On observe une perte des corrélations au grand temps. A droite : projection des $\sigma_k(t)$ sur l'ordonnée pour les trois modes considérés. Cette projection permet de constater qu'une hiérarchie s'établit et est conservée au cours du temps : on a $\sigma_{15}(t) > \sigma_{20}(t) > \sigma_{25}(t)$*

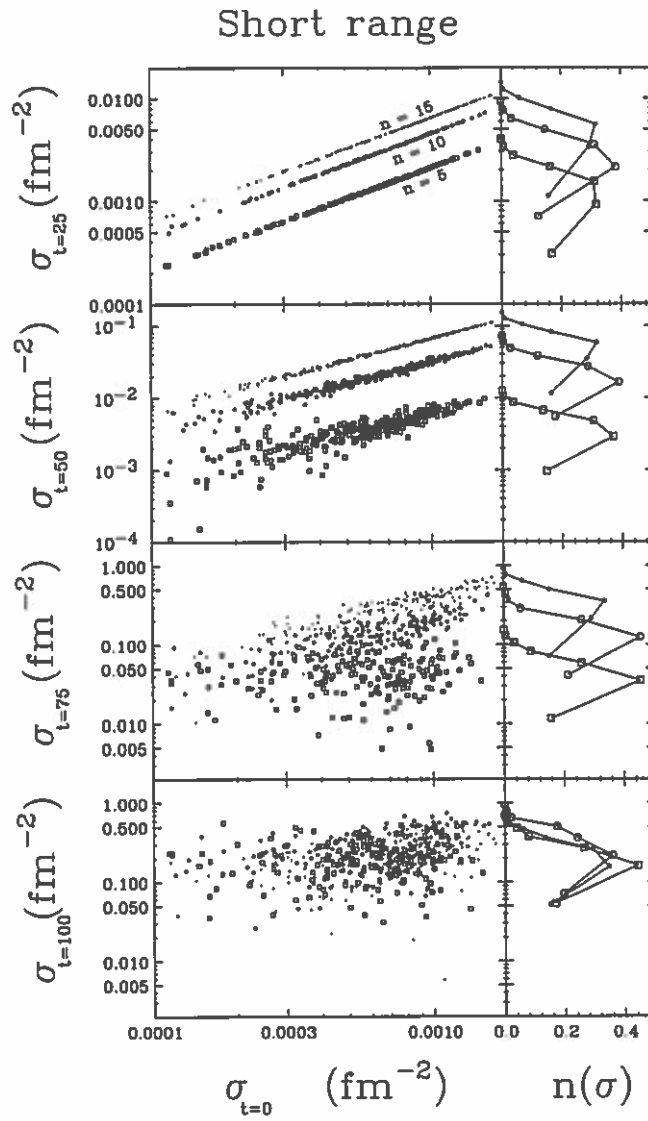


Figure 3.10: *corrélations* $\sigma_k(t=0)/\sigma_k(t)$.

petite longueur d'onde et donc il demeure une hiérarchie entre les modes de nombre d'onde supérieur au nombre d'onde le plus instable. Pour l'évolution des modes $n = 15, 20$ et 25 , on voit apparaître sur la figure (3.9) un certain désordre dès $t = 75 fm/c$. Cependant la hiérarchie, imposée par la forme de la relation de dispersion, est toujours préservée dans la suite de la dynamique. De ce fait, on a, au cours du temps, $\sigma_{15}(t) > \sigma_{20}(t) > \sigma_{25}(t)$.

Nous pouvons donc conclure qu'il existe en moyenne une grande régularité dans la décomposition spinodale de notre fluide jusqu'à une amplitude des fluctuations de l'ordre de $A_f \approx 30\%$ (correspondant au temps $t=50 fm/c$ pour la force à courte portée, et $t = 200 fm/c$ pour la force à longue portée). Ensuite, un certain désordre commence à apparaître progressivement d'abord sur les modes les moins instables de la relation de dispersion puis, sur les modes les plus instables.

De plus, jusqu'à $A_f \approx 60\%$ (correspondant à $t=75 fm/c$ pour la force à courte portée), de fortes corrélations sont conservées en moyenne sur l'amplitude des modes Fourier de la boîte de matière. En effet, les modes les plus instables de la relation de dispersion dominent les autres modes.

3.2.5 Dynamique Vlasov et dynamique linéaire

Après avoir réalisé une étude statistique sur les propriétés moyennes de la décomposition spinodale dans une boîte de matière nucléaire, nous allons étudier maintenant dans quelle mesure il est possible de prédire la dynamique d'un événement particulier par la donnée des conditions initiales.

La théorie de la réponse linéaire nous a fourni des résultats analytiques pour les relations de dispersion. Nous allons utiliser ces résultats pour essayer de reproduire individuellement la dynamique d'événements ayant été initialisés aléatoirement comme au paragraphe précédent.

Choisissons comme condition initiale une densité uniforme que l'on perturbe avec un bruit aléatoire (d'une amplitude de 1% de ρ_0), et réalisons une transformée de Fourier de la densité. En propageant chacun des modes instables suivant la relation de dispersion (donnée par la réponse linéaire): $\delta\rho_k(t) = \delta\rho_k(0)\exp(i\omega_k t)$; on obtient ainsi l'amplitude de chaque mode pour tous les temps désirés. Pour obtenir $\rho^{lin}(x, t)$, il suffit de réaliser la transformée inverse de $\rho_k^{lin}(t)$. On peut alors comparer $\rho^{lin}(x, t)$ et $\rho^{Vlasov}(x, t)$.

On peut résumer ceci ainsi :

$$\rho(t_0) \xrightarrow{TF} \rho_k(t_0) \rightarrow \rho_k^{lin}(t) = e^{i\omega_k(t-t_0)} \rho_k(t_0)$$

$$\rho_k^{lin}(t) \xrightarrow{TF^{-1}} \rho^{lin}(r, t)$$

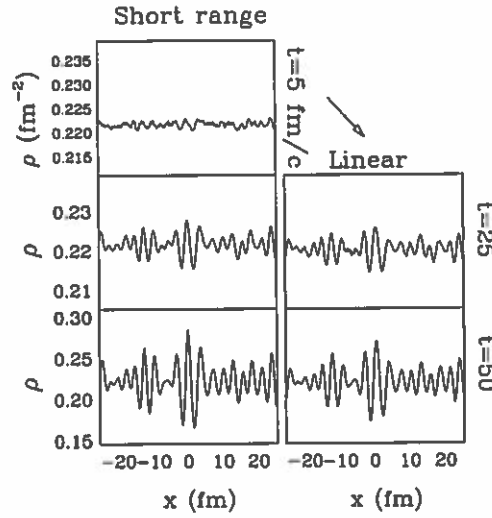


Figure 3.11: *Evolution Vlasov et évolution linéaire. A gauche : évolution dynamique d'une densité uniforme perturbée par un bruit blanc au temps $t = 5, 25, 50 \text{ fm/c}$. A droite : reconstruction de l'évolution à partir du profil de densité à 5 fm/c et d'une amplification exponentielle de chacun des modes de Fourier selon la relation de dispersion (voir texte).*

Cette comparaison est faite sur la figure (3.11) pour la force à courte portée. Il est clair que la réponse linéaire peut reproduire avec une grande précision la dynamique Vlasov jusqu'à une amplitude de fluctuation A_f d'au moins 30 %.

En fait, l'analyse a été faite à partir du temps $t = 5 \text{ fm/c}$, car certains modes de très petite longueur d'onde présents au départ sont amortis dans les quelques premiers fm/c , et l'étude de cet amortissement n'a pas été réalisée, une fois ces modes amortis, les fluctuations vont être amplifiées suivant la relation de dispersion.

La réponse linéaire n'est plus capable de reproduire la suite de l'amplification des modes car en fait, lorsque l'amplitude des fluctuations devient importante, l'amplification cesse d'être exponentielle et se ralentit légèrement.

La comparaison entre $\rho^{lin}(x, t)$ et $\rho^{Vlasov}(x, t)$ démontre clairement que le fluide est dominé par une dynamique linéaire, et que jusqu'à une grande amplitude des fluctuations $A_f \approx 30\%$, la donnée de la condition initiale et l'application de la réponse linéaire suffisent pour décrire la dynamique.

L'apparente sensibilité aux conditions initiales suggérées par les figures (3.4) et (3.5) n'est pas liée au concept de chaos, mais elle est uniquement due au fait que nous sommes dans un régime instable et qu'il existe un nombre important de modes instables excités par le bruit aléatoire. Ces modes se développent d'une façon linéaire et découplée. Il ne s'agit pas de chaos déterministe car les non-linéarités sont faibles et ne jouent apparemment qu'un rôle mineur (car la réponse linéaire est valide).

3.2.6 Sensibilité aux conditions initiales et exposants de Lyapounov

Nous avons observé dans les figures (3.4) et (3.5) que deux initialisations légèrement différentes, impliquaient deux évolutions différentes. En quantifiant la divergence de deux trajectoires dynamiques, en terme d'exposants de Lyapounov, les auteurs des références [BUR94, BAL95] ont conclu que la décomposition spinodales était complètement chaotique.

Par contre dans les paragraphes précédents, nous avons vu que la dynamique était linéaire et donc prédictible jusqu'à la formation de grandes fluctuations de densité ($A_f \approx 30\%$) grâce à la théorie de la réponse linéaire, ce qui semble être incompatible avec la notion de chaos.

Afin de clarifier la situation, nous allons procéder à l'analyse suggérée dans les références [BUR94, BAL95] et voir si la valeur des exposants de Lyapounov peut être comprise à partir des calculs précédents. Pour calculer la divergence de deux trajectoires dynamiques, il faut d'abord définir une distance. On peut par exemple choisir comme dans la référence [BUR94] :

$$d(t) = \sum_i |d_i(t)| = \sum_i |\rho_{(1)}(x_i, t) - \rho_{(2)}(x_i, t)| / N_c \quad (15)$$

où N_c est le nombre de noeuds du réseau dans la direction x . L'exposant de Lyapounov sera défini à partir de cette distance :

$$\lambda(t) = \frac{\ln[d(t)/d_0]}{t} \quad (16)$$

Dans la suite du paragraphe, nous calculerons ces exposants de Lyapounov en comparant deux événements avec des conditions initiales proches. Comme nous l'avons déjà fait, on peut initialiser notre boîte de matière nucléaire avec une densité uniforme à laquelle on a ajouté une perturbation aléatoire de 1 % de ρ_0 .

Tentons d'estimer la valeur des exposants de Lyapounov tels que nous les avons définis, et voyons notamment ce que prédit la réponse linéaire pour λ ...

Définissons une distance $d^{lin}(t)$ comme l'évolution de la distance entre deux trajectoires induite par l'amplification linéaire des modes instables de la relation de dispersion :

$$d^{lin}(t) = \sum_i |\rho_{(1)}^{lin}(x_i, t) - \rho_{(2)}^{lin}(x_i, t)| / N_c \quad (17)$$

de cette distance on peut calculer l'exposant de Lyapounov associé :

$$\lambda(t)^{lin} = \frac{\ln[d^{lin}(t)/d_0]}{t} \quad (18)$$

L'évolution doit être dominée par les modes les plus instables de la relation de dispersion, et il est direct de démontrer que λ est majoré par la valeur maximale

de la relation de dispersion ω_k^{Max} .

Démonstration : Si les évolutions de $\rho^{(1,2)}(x_i, t_0)$ sont données par la théorie de la réponse linéaire, alors en passant dans l'espace de Fourier on peut propager les modes instables selon la relation de dispersion :

$$d_k(t_0) = \sum_j e^{ikx_j} d_j(t_0)$$

où $d_i(t) = [\rho_{(1)}(x_i, t) - \rho_{(2)}(x_i, t)]/N_e$. on a alors pour $t \neq t_0$

$$d_k^{lin}(t) = d_k(t_0) e^{\omega_k(t-t_0)}$$

En appliquant la transformée de Fourier inverse :

$$d_j^{lin}(t) = \sum_k d_k(t_0) e^{\omega_k(t-t_0)} e^{ikx_j}$$

Or les ω_k sont majorés par la valeur maximale de la relation de dispersion :

$$d_j^{lin}(t) = \sum_j |d_j^{lin}| < \sum_j |d_j(t_0)| e^{\omega_k^{Max}(t-t_0)}$$

et donc les exposants de Lyapounov devraient être toujours majorés

$$\lambda^{lin}(t) = \frac{\ln[d_j^{lin}(t)/d_0]}{t} < |\omega_k^{max}|$$

La comparaison entre $\lambda(t)^{lin}$ et $\lambda(t)$ est reportée figure (3.12). Pour la force à longue portée (figure 3.12, haut) on remarque que $\lambda(t)$ est tout d'abord négatif puis après 25 fm/c il augmente pour rejoindre asymptotiquement ω_k^{Max} . La partie négative est liée à l'amortissement de certains modes, la deuxième phase croissante semble être bien reproduite par l'analyse en réponse linéaire.

Le fait d'obtenir des exposants de Lyapunov positifs n'est donc pas relié à un régime chaotique, mais plus exactement c'est ici la caractéristique d'une instabilité. Toute différence entre deux trajectoires va être amplifiée exponentiellement.

La considération de la force à courte portée permet de suivre la dynamique jusqu'à une grande amplitude A_f . On distingue alors que $\lambda(t)$ après avoir augmenté régulièrement comme $\lambda^{lin}(t)$, sature à $t = 75$ fm/c, soit $A_f \approx 60\%$, pour redescendre alors que λ^{lin} continue à tendre vers ω_k^{Max} .

Cette saturation de $\lambda(t)$ est liée au ralentissement progressif de l'amplification des modes. Pour le démontrer, on peut calculer l'amplification de chacun des modes au cours du temps à partir de la simulation $\omega_k(t)$ moyenné sur 10 événements. Au début de la dynamique $\omega_k(t)$ correspond exactement aux valeurs

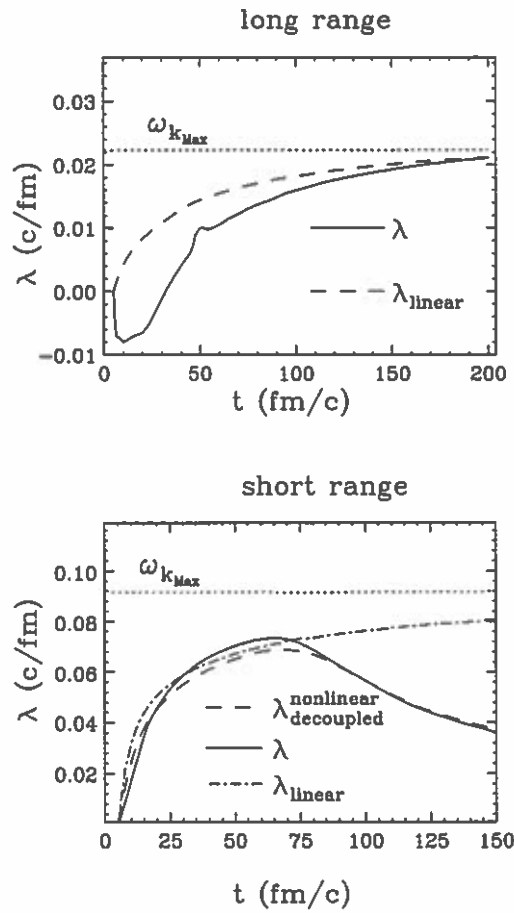


Figure 3.12: Coefficient de Lyapunov : moyenné sur 10 couples de trajectoires. Haut : Comparaison entre l'exposant de Lyapunov λ et λ^{lin} . Bas : Comparaison entre l'exposant de Lyapunov λ , λ^{lin} , et $\lambda_{\text{decouple}}^{\text{nonlin}}$ (voir texte).

lues sur les relations de dispersion, mais dès que $A_f \approx 30\%$ alors $\omega_k(t)$ commence à diminuer et tendre vers zéro aux très grands temps. En tabulant les valeurs $\omega_k(t)$, on peut donc simuler la dynamique de toute trajectoire à partir d'une condition initiale en tenant compte de l'effet non-linéaire trivial : c'est à dire en tenant compte de la saturation de chacun des modes aux très grands temps, mais en supposant tous les modes découplés, soit :

$$\rho(r, t_0) \rightarrow \rho_{\text{decouple}}^{\text{non-lin}}(k, t) = \exp(\omega_k(t)(t - t_0))\rho_k(t_0) \rightarrow \rho_{\text{decouple}}^{\text{non-lin}}(r, t)$$

A partir de chacune des trajectoires générées par cette méthode on peut calculer le coefficient de Lyapunov associé, $\lambda_{\text{decouple}}^{\text{non-lin}}$.

Ce $\lambda_{\text{decouple}}^{\text{non-lin}}$ décrit parfaitement l'évolution de $\lambda(t)$ comme le montre la figure (3.12). Les coefficients de Lyapunov ne signent donc pas la présence du chaos puisque on peut les reproduire à partir d'un calcul d'oscillateurs à une dimension certes anharmonique, mais découplés...

3.3 Mémoires des intabilités et "freeze out"

Lorsque l'amplitude des oscillations de densité devient très importante (quand A_f est égale à 80 %), nous avons vu que certains fragments pouvait interagir et se coller littéralement (voir figure 3.5 au temps $t = 100 \text{ fm}/c$). Nous avons vu notamment que cette phase de coalescence est responsable de la perte d'une partie des corrélations issues de la dynamique d'une décomposition spinodale. Cependant, la discussion de cette phase de coalescence semble peu pertinente en ce qui concerne la physique nucléaire; Dans cette approche schématique, le comportement des fragments formés n'ont que peu de relation avec la physique nucléaire, en effet la phase de coalescence est très dépendante de la géométrie du système et de sa dimension, car la probabilité que des fragments interagissent et se collent dépend du nombre de fragments voisins. De plus, deux arguments limitent sévèrement la fusion des pré-fragments :

- L'interaction coulombienne devrait jouer un rôle, car bien qu'ayant peu d'influence sur la naissance des modes spinodaux, comme nous le montrerons au chapitre 4, celle-ci devrait en effet éviter que des fragments refusionnent. Par conséquent, une fois que de grandes fluctuations de densité sont créées, une interaction répulsive de longue portée contribuera inévitablement à repousser les "pré-fragments" les uns des autres. Lorsque les fragments sont suffisamment éloignés, ils vont cesser d'interagir et vont évoluer indépendamment. On parle alors de "Freeze-out".
- Pour avoir atteint une région de basse densité, la source nucléaire a du subir un mouvement collectif d'expansion. Si cette expansion persiste dans

la région spinodale, elle contribuera également à séparer les fragments, réduisant ainsi la coalescence.

Les références [COL95, GUA96] ont étudié le rôle de l'interaction coulombienne et de l'expansion dans des boîtes de matière qui subissaient une décomposition spinodale. Cette étude montre clairement que **ces effets limitent la coalescence entre fragments**, et donc devrait favoriser une certaine mémoire des instabilités initiales.

3.4 Conclusion

En conclusion, nous pouvons affirmer que la dynamique de champ moyen dans la région spinodale est apparue assez régulière. Une simple approche en réponse linéaire permet de reproduire et de comprendre les caractéristiques essentielles d'un calcul Vlasov. En effet, en étudiant la propagation d'un seul mode puis de tous les modes à la fois (avec l'initialisation aléatoire) nous avons démontré que les non-linéarités n'induisent pas à proprement parler de chaos dans la simulation de type Vlasov. La faible importance des non-linéarités dans le calcul Vlasov explique pourquoi la réponse linéaire peut donner de précieuses informations en ce qui concerne la formation des fragments.

Un système nucléaire uniforme à basse densité, va donc former en moyenne des "fragments" dont la taille est reliée à la longueur d'onde des modes les plus instables de la relation de dispersion. Le début de la dynamique, jusqu'à une amplitude des fluctuations d'au moins 30% de la densité initiale (A_f), est très régulier : les modes instables sont amplifiés indépendamment suivant la relation de dispersion.

De plus, jusqu'à une amplitude de fluctuation A_f d'au moins 30%, la donnée de la condition initiale et l'application de la réponse linéaire suffisent alors pour reproduire la dynamique d'un événement.

Lorsque les fluctuations ont atteint une amplitude de l'ordre de 60 %, on observe un certain désordre dans le développement des modes instables. Cependant il reste une forte mémoire des instabilités initiales puisque l'amplitude des modes les plus instables de la relation de dispersion domine en moyenne le processus de fragmentation. Il s'établit une hiérarchie entre l'amplitude des modes de Fourier, qui est imposée par la forme de la relation de dispersion.

Le régime de coalescence, c'est-à-dire le moment où certains fragments vont interagir et se coller, survenant lorsque les fluctuations de densité ont atteint une amplitude de $A_f \approx 80\%$ peut favoriser la perte de certaines corrélations. Cependant ce régime devrait être sévèrement limité dans un calcul réaliste incluant la répulsion coulombienne et une expansion globale du noyau, comme le montre la référence [COL95].

L'émergence de modes particuliers (les plus instables), n'est pas un artefact dû au champ moyen puisqu'un fluide classique avec de fortes corrélations et beaucoup de collisions possédait la même phénoménologie (voir chapitre précédent).

En connection avec la multifragmentation nucléaire, nous pouvons imaginer que si une source nucléaire atteint une région de basse densité elle devrait amplifier préférentiellement ses modes les plus instables jusqu'à une grande amplitude. Les non-linéarités, le couplage entre les différents modes ne peut apparemment pas détruire les traces des instabilités initiales.

Le succès des modèles statistiques pour la multifragmentation ne repose donc pas sur la présence d'une phase chaotique dans la région spinodale, puisque la présente analyse nous a permis d'envisager qu'une certaine mémoire des instabilités initiales pourrait être préservée.

Ce type de transition de phase semble peu compatible avec l'application de modèles statistiques utilisés pour la multifragmentation. En effet, dans notre cas la probabilité d'obtenir une partition de fragments n'est pas reliée à l'énergie (ou l'entropie) des fragments finaux mais à la façon dont le fluide uniforme préfère briser la symétrie et fragmenter. Dans cette évolution de champ moyen, le système garde des traces des tous premiers instants de la dynamique. Toutefois nous allons voir que dans un système fini, certaines caractéristiques des fragments peuvent peut-être ressembler à une distribution statistique en l'absence de chaos...

Les propriétés des fragments dans des boîtes de matière à bords périodiques des chapitres 2 et 3, ne nous permettent pas tout à fait d'imaginer ce que va imposer la géométrie sphérique et la taille finie d'un noyau aux modes de décomposition spinodale. Nous envisagerons donc plus spécifiquement la décomposition spinodale des noyaux dans les deux chapitres suivants...

Chapitre 4

Méthode variationnelle pour les instabilités spinodales

4.1 La théorie de Thomas-Fermi statique

De nombreuses méthodes en physique nucléaire ont été développées pour le traitement du problème à N-corps. Ainsi des raffinements tels Brückner-Hartree-Fock, Hartree-Fock-Bogoliubov, RPA, donnent lieu à des travaux souvent ardues pour pouvoir être appliqué à des situations réalistes. Il est souvent utile d'appréhender les propriétés des noyaux avec des modèles moins sophistiqués mais donnant aisément de correctes estimations. Par exemple, des quantités telle la fréquence des résonances géantes monopolaires sont bien reproduites par des modèles hydrodynamiques. Dans les chapitres précédents nous avons démontré qu'une grande part de la dynamique d'une décomposition spinodale était déterminée par les taux d'amplification initiaux des modes instables; Avant d'aborder au chapitre 5 un calcul quantique, nous présentons ici un calcul semi-classique de ces taux d'instabilités pour des noyaux "finis" (par opposition à la matière nucléaire). Ce calcul semi-classique nous permettra également d'étudier le rôle de l'interaction coulombienne. Notre approche est basée sur l'emploi d'une densité d'énergie dépendant de la densité nucléonique.

Le succès de la méthode Hartree-Fock (HF) dans la description microscopique des propriétés des noyaux repose essentiellement sur l'emploi de force nucléon-nucléon effective. Ces forces phénoménologiques sont fixées de manière à reproduire les propriétés nucléaires. Les forces de type Skyrme [SKY56] nous permettent d'écrire la partie potentielle de l'énergie HF comme une fonctionnelle de la densité locale.

Choisissons donc une interaction nucléon-nucléon du type :

$$V_{12} = t_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \frac{t_3}{6} \delta(r_1 - r_2) \rho \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right)^\sigma + \dots$$

$$\frac{1}{2}t_1 \left(\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}^2 - \mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + t_2 \mathbf{k}' \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k} \right) \quad (1)$$

où l'opérateur $\mathbf{k}' = \frac{\nabla_{\mathbf{r}_1} - \nabla_{\mathbf{r}_2}}{2i}$ agit sur la droite, et $\mathbf{k} = -\frac{\nabla_{\mathbf{r}_1} - \nabla_{\mathbf{r}_2}}{2i}$ agit sur la gauche.

L'approximation HF consiste à choisir une fonction d'onde à N-corps en ne tenant compte que des corrélations issues de la statistique de Fermi, ce qui revient à choisir un déterminant de Slater : $\Phi(r_1, \dots, r_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det|\phi_i(r_j)|$. On peut alors expliciter l'énergie sous la forme la forme [VAU72] :

$$E_0 = \langle \Phi | H | \Phi \rangle = \int d^3r e[\rho] \quad (2)$$

avec,

$$e[\rho] = \frac{\hbar^2}{2m^*} \tau(\hat{\rho}) + \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{1}{16} t_3 \rho^3 + \frac{1}{64} (9t_1 - 5t_2) (\nabla \rho)^2 \quad (3)$$

où m^* est la masse effective des nucléons.

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{1}{8\hbar^2} (3t_1 + 5t_2) \rho \quad (4)$$

La détermination de la fonctionnelle d'énergie cinétique $\tau[\hat{\rho}]$ nécessite la connaissance de la matrice densité $\hat{\rho}$ et donc des fonctions d'onde ϕ_i . Cependant, on peut essayer de déterminer une énergie cinétique moyenne dépendant de la densité moyenne $\rho(r)$ et intégrer les effets quantiques de manière perturbative. La théorie généralisée de Thomas-Fermi [BRA85] permet le développement en puissance \hbar de $\tau[\hat{\rho}]$ (voir annexe A).

Le développement de la fonctionnelle d'énergie cinétique prend la forme :

$$\tau[\rho] = \frac{3}{5} \left(\frac{3}{2\pi^2} \right)^{2/3} \rho^{3/5} + \frac{\nabla \rho}{36\rho} + \frac{\nabla^2 \rho}{3} = \tau^{TF} + \tau^{(2)} + \dots \quad (5)$$

Le premier terme est le terme de la théorie de Thomas-Fermi, il correspond au terme d'ordre 0 dans le développement en \hbar , les suivants prennent en compte l'inhomogénéité du système : ils contribuent à l'énergie de surface d'un noyau.

De telles approches semi-classiques [RINGa] permettent de reproduire avec une bonne précision les propriétés énergétiques des noyaux. Ces approches ont permis notamment de calculer d'une façon satisfaisante les barrières de fission.

4.2 Vers une approche dynamique

Ayant obtenu, grâce à la fonctionnelle de densité d'énergie, de bonnes descriptions des propriétés statiques des noyaux, nous allons maintenant utiliser ces outils pour appréhender le comportement dynamique d'un noyau dans la région spinodale. Il est possible de dériver les équations de l'hydrodynamique pour un système fermionique à partir d'un principe variationnel. Nous allons nous appuyer sur

cette description hydrodynamique pour décrire le mouvements collectifs associés aux premiers instants d'une décomposition spinodale.

Les équations de la mécanique quantique peuvent être obtenues à partir d'un principe variationnel. Ainsi en définissant l'action

$$I = \int dt \langle \Psi | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H | \Psi \rangle \quad (6)$$

La condition de stationnarité $\delta I = 0$ permet de recouvrer l'équation de Shrödinger pour une fonction d'onde $|\Psi\rangle$ quelconque, ainsi que l'équation de Hartree-Fock lorsque $|\Psi\rangle$ se borne à un déterminant de Slater.

Grâce à un choix spécifique de $|\Psi\rangle$ il est également possible de dériver les équations de la dynamique des fluides. La fonction d'onde à N-corps est une quantité complexe dont la phase peut toujours être redéfinie :

$$\Psi(r_1, r_2, \dots, r_A; t) = \Phi(r_1, r_2, \dots, r_A; t) e^{\frac{i}{\hbar} S} \quad (7)$$

En supposant que S est une variable à un corps, c'est-à-dire :

$$S(r_1, \dots, r_n, t) = \sum_i S(r_i, t) \quad (8)$$

On peut aisément calculer l'énergie du système

$$E = \langle \Psi | H | \Psi \rangle = \int d^3r \left\{ \frac{1}{2m^*} \rho(r, t) \nabla S \cdot \nabla S + e[\rho] \right\}. \quad (9)$$

Dans cette expression, $\rho(r, t)$ est la densité associée avec la fonction d'onde Φ . L'action I prend alors la forme suivante :

$$I = \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3r \left\{ S \frac{\partial \rho}{\partial t} - \left(\frac{\rho}{2m^*} \nabla S \cdot \nabla S + e[\rho] \right) \right\} \quad (10)$$

L'utilisation du principe variationnel $\delta I = 0$ va nous permettre d'explicitier l'évolution du mouvement collectif paramétré par S .

Remarque : cette forme est à rapprocher des équations de la mécanique classique :

$$I = \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3r L(q, \dot{q}) \quad (11)$$

où est L est une densité lagrangienne. Le principe variationnel $\delta I = 0$ dit "principe de moindre action" mène aux équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \quad (12)$$

Pour retrouver la formulation hamiltonienne il faut noter que $L(q, \dot{q}) = p\dot{q} - H(p, q)$, le principe de moindre action est alors équivalent aux équations de Hamilton :

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} \quad \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} \quad (13)$$

on reconnaît dans l'équation (10) un lagrangien de la forme : $L = S\dot{\rho} - H(\rho, S)$, où S et ρ jouent le rôle de variables conjuguées dans une formulation hamiltonienne.

On peut dériver l'équation de continuité grâce à la première des équations de Hamilton (ou grâce à la variation de I par rapport à S) :

$$\delta I = 0 \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial S} = \dot{\rho} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\rho) = 0 \quad (15)$$

avec le champ de vitesse $\mathbf{u} = \frac{\nabla S}{m}$. La seconde des équations de Hamilton est :

$$\frac{\delta E}{\delta \rho} = -\dot{S} \quad (16)$$

On peut obtenir de cette relation, une équation en tout point semblable à l'équation d'Euler en mécanique des fluides [GIA76].

$$m \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = \nabla \left(\frac{\delta E_0}{\delta \rho} \right) \quad (17)$$

où $E_0 = \langle \Phi | H | \Phi \rangle$.

4.3 Etude d'une boîte périodique

4.3.1 Relations de dispersion

Avant d'étudier le cas des noyaux il est toujours intéressant de décrire d'abord les propriétés de la matière nucléaire, en s'affranchissant des problèmes de surface. Dans ce chapitre, nous étudierons une boîte cubique de côté L avec des conditions aux bords périodiques. En pratique on retrouvera les résultats de la matière infinie en prenant la limite $L \rightarrow \infty$. De façon à étudier l'évolution de petites fluctuations autour d'un équilibre stable ou instable caractérisé par une densité $\rho_0(r)$, il est suffisant de linéariser les équations de la dynamique des fluides autour de ρ_0 pour un potentiel de vitesse donné. Dans un premier temps, étudions la propagation de perturbations sinusoidales dans la matière infinie. Choisissons un potentiel de vitesse de la forme suivante :

$$S(r, t) = \dot{q}_k \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (18)$$

La perturbation de la densité correspondant à S nous est fournie par l'équation de continuité :

$$\delta\rho(r, t) = q_k \nabla \cdot \left(\frac{\rho_0}{m} \nabla S \right) \quad (19)$$

En écrivant $\rho = \rho_0 + \delta\rho(r)$ on peut linéariser la densité d'énergie :

$$E = E_0 + \int dr \left(\frac{\delta E}{\delta\rho(r)} \right)_{\rho_0} \delta\rho(r) + \frac{1}{2} \int dr' \int dr \left(\frac{\delta^2 E}{\delta\rho(r')\delta\rho(r)} \right)_{\rho_0} \delta\rho(r')\delta\rho(r) + \dots \quad (20)$$

En développant jusqu'au deuxième ordre en q , l'énergie prend la forme de celle de l'oscillateur classique :

$$\langle \psi | H | \psi \rangle = E_0 + \frac{1}{2} M_k \dot{q}_k^2 + \frac{1}{2} C_k q_k^2 \quad (21)$$

la masse collective est donnée par :

$$M_k = \frac{L^3}{2} \rho_0 \left[\frac{1}{m^*} \right] k^2 \quad (22)$$

et,

$$C_k = \left[\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\tau_{TF}}{\rho^2} \left(\frac{10}{9} \right) + \frac{3}{4} t_0^2 + \frac{6}{16} t_3 \rho^2 + \frac{1}{16} (3t_1 + 5t_2) \frac{\tau_{TF}}{\rho} \frac{40}{9} - \frac{1}{3} \frac{1}{16} (3t_1 + 5t_2) 2k^2 + \frac{\hbar^2}{72m} \frac{2}{\rho_0} k^2 \right] (M_k)^2 \quad (23)$$

La fréquence propre ω_k des oscillations est donc donnée par la relation usuelle :

$$\omega_k^2 = \frac{C_k}{M_k} \quad (24)$$

4.3.2 Echelle de temps pour la fragmentation

Lorsque la constante de rappel C_k devient négative, la fréquence ω_k des oscillations devient complexe, signalant la présence d'une instabilité. Les oscillations de densité $\delta\rho$ vont être amplifiées exponentiellement :

$$q_k(t) = q_k(0) e^{|\omega_k| t} \Rightarrow \delta\rho_k(t) = \delta\rho_k(0) e^{|\omega_k| t} \quad (25)$$

La valeur de ω nous donne une échelle de temps pour l'amplification des fluctuations de densité, à condition de connaître l'amplitude initiale des modes $\delta\rho_k(0)$.

Pour estimer ce temps nécessaire à la fragmentation du système, il faut déterminer l'amplitude moyenne des fluctuations de densité $\langle \delta\rho_k^2 \rangle$ au moment où le système va pénétrer à densité uniforme dans la région spinodale.

Physiquement, le scénario pour la décomposition spinodale (une expansion du système de la densité ρ_i à la densité ρ_f , suivie d'une amplification des fluctuations) nous suggère que l'amplitude moyenne du bruit pour chaque mode dans la région spinodale aura été fixée pour partie par la phase précédant l'expansion. Le formalisme que nous avons développé nous permet aussi d'estimer la valeur des fluctuations à l'équilibre. Il se pourrait que les fluctuations d'équilibre dans la région stable dépendent fortement du nombre d'onde k , ces fluctuations en alimentant les différents modes dans la région spinodale pourraient favoriser des modes qui ne soient pas les plus instables de la relation de dispersion.

Calculons la valeur moyenne des fluctuations dans la coordonnée collective q_k dans la région de stabilité à la densité ρ_i . En effet, la variable q_k va osciller autour de la valeur 0. le carré moyen de ces écarts $\langle q_k^2 \rangle$ est donné directement par le coefficient de la force de rappel $C_k(\rho_i)$ qui s'exerce chaque fois que q_k s'écarte de sa position d'équilibre.

La probabilité d'obtenir une fluctuation d'amplitude q_k est donc $dP \propto e^{-\frac{C_k q_k^2}{2T}}$. En fait, ce type d'approche permet d'obtenir des informations seulement dans la région stable puisque dans la région instable C_k est négatif et ne permet pas de faire une moyenne thermodynamique (voir intégrale 26).

Le calcul du carré des fluctuations en mécanique classique donne :

$$\langle q_k^2 \rangle (\rho_i) = \int dq_k q_k^2 e^{-\frac{C_k q_k^2}{2T}} = \frac{T}{\omega_k^2 M_k} = \frac{T}{C_k} \quad (26)$$

Notre démarche nous a conduit à paramétrer les mouvements collectifs comme des oscillateurs classiques. De ce fait, on perd les fluctuations quantiques. Pour tenir compte de ces fluctuations, il faut requantifier les mouvements collectifs, ceci étant fait, le carré des fluctuations est celui d'un oscillateur harmonique en mécanique quantique :

$$\langle q_k^2 \rangle (\rho_i) = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{\omega_k M_k \tanh[\frac{\hbar \omega_k}{2T}]} \quad (27)$$

Si l'expansion du système est assez rapide on peut penser que, aux premiers instants de la décomposition spinodale, l'amplitude des fluctuations $\langle q_k^2 \rangle (t_0)$ à la densité ρ_f est directement fixée par celle des fluctuations de la région stable $\langle q_k^2 \rangle (\rho_i)$. Cette hypothèse permet de fixer l'amplitude $\delta \rho_k(t_0)$ des oscillations de densité au moment de la rentrée dans la région spinodale à la densité moyenne ρ_f . Lorsque $\delta \rho_k(t)$ atteint une amplitude comparable à la densité moyenne ρ_f , on peut s'attendre à la fragmentation du système. Définissons le temps de fragmentation t_{Frag} par :

$$\delta \rho_k(t_0) e^{\omega_k t_{Frag}} = \rho_f(t_0) \quad (28)$$

Sur la figure (4.1), à gauche nous avons présenté la valeur du carré moyen des fluctuations, en fonction du nombre d'onde k à deux densités dans la région stable.

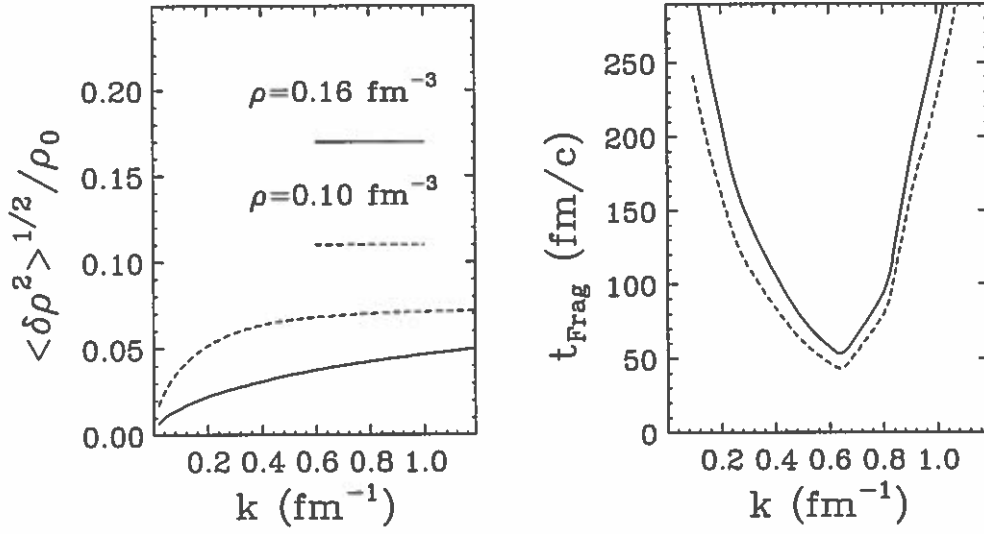


Figure 4.1: estimation des échelles de temps pour une fragmentation spinodale : A gauche, on a présenté le carré moyen des fluctuations à l'équilibre aux densités $\rho_i = 0.10$ et 0.16 fm⁻³ à $T = 0$ MeV. A droite, les temps de fragmentation t_{Frag} calculés à la densité de $\rho_f = 0.08$ fm⁻³ à partir des fluctuations obtenues dans la figure de gauche.

En introduisant ces valeurs de bruit, nous avons estimé le temps que prendrait la fragmentation d'un système à une densité de 0.08 fm⁻³. Cette analyse nous donne des échelles de l'ordre de 60 - 80 fm/c pour les modes le plus instables.

La dépendance dans l'espace k du carré moyen des fluctuations $\langle \delta \rho_k^2 \rangle$ (ρ_i) est assez faible, et donc les valeurs relatives des temps de fragmentation **dépendent surtout de la relation de dispersion** $\omega = \omega(k)$, et les modes les plus instables donneront donc en moyenne les temps de fragmentation les plus courts.

4.3.3 Rôle de l'interaction coulombienne

Il est particulièrement intéressant d'étudier le rôle de l'interaction coulombienne sur le développement des instabilités. Considérons la densité d'énergie coulombienne dans le système nucléaire :

$$e_{\text{Coulomb}}(r) = \frac{e^2}{2} \int d\mathbf{r} \frac{\rho_p(r)\rho_p(r')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{3}{4} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \rho_p^{4/3} \quad (29)$$

Le premier terme représente la force directe due aux interactions coulombiennes, le second est l'approximation de Slater au terme d'échange[SLA51]. Comme nous l'avons souligné dans le chapitre 1, la présence de l'interaction

coulombienne introduit une divergence de l'énergie dans un système infini, du fait de la portée en $1/r$. Nous ne pouvons donc pas traiter directement cette interaction dans la matière nucléaire.

Nous pouvons par contre étudier une interaction tout à fait similaire mais "tronquée" de sa partie à très longue portée en remplaçant $\frac{1}{|r-r'|}$ par $\frac{e^{-\mu|r-r'|}}{|r-r'|}$. En choisissant $\mu = 0.05 \text{ fm}^{-1}$ on obtient une interaction en tout point similaire à l'interaction coulombienne, mais écrantée à des distances supérieures à 20 fm. L'interaction coulombienne peut stabiliser certaines instabilités spinodales. En fait, les instabilités spinodales sont dues à la forte partie attractive du potentiel nucléaire, l'introduction d'une interaction répulsive ne peut que contrebalancer la naissance de ce type d'instabilité.

En effet, procédons d'abord à une analyse thermodynamique. L'interaction considérée va contribuer à la pression totale :

$$P(\rho, T) = \rho^2 \frac{\partial(e[\rho]/\rho)}{\partial \rho} = P_0 + e^2 \frac{1}{8} \rho^2 \frac{4\pi}{\mu^2} - \frac{1}{4} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \rho^{4/3} \left(\frac{1}{2}\right)^{4/3} \quad (30)$$

où P_0 est la pression du système sans l'interaction "coulombienne"¹. Les régions instables sont caractérisées par une compressibilité négative, soit :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right) = \left(\frac{\partial P_0}{\partial \rho}\right) + e^2 \frac{1}{4} \rho \frac{4\pi}{\mu^2} - \frac{1}{3} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \rho^{1/3} \left(\frac{1}{2}\right)^{4/3} < 0 \quad (31)$$

En fait, le terme d'échange est négligable, et on comprend que la contribution positive de l'interaction coulombienne tronquée stabilise le système.

Nous avons montré le rôle de l'interaction coulombienne sur les limites de la région spinodale sur la figure (4.2). Si l'on s'en réfère à cette analyse thermodynamique, l'effet de l'interaction coulombienne tronquée diminue légèrement la région d'instabilité.

On peut objecter que cette analyse dépend fortement de la valeur du coefficient d'écran μ . Par exemple, si nous avons choisi $\mu = 1/50 \text{ fm}^{-1}$ au lieu de $\mu = 1/20 \text{ fm}^{-1}$ la limite de région spinodale aura été davantage modifiée. Cependant cette analyse n'est pas suffisante dans le sens où implicitement, la thermodynamique permet d'appréhender **uniquement** le comportement des instabilités de longueur d'onde infinie. Et nous savons que ces instabilités à la limite $k \rightarrow 0$ ne sont pas déterminantes pour la dynamique d'une décomposition spinodale.

C'est pourquoi il est nécessaire de vérifier comment l'interaction "coulombienne écrantée" va contribuer au développement des fluctuations de longueur

¹Notons que cette analyse thermodynamique ne peut être étendue à la limite $\mu \rightarrow 0$, puisque la pression P possède un terme en $1/\mu^2$.

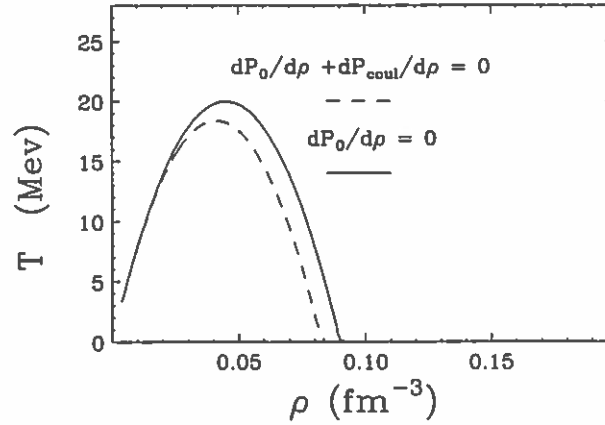


Figure 4.2: Rôle de l'interaction coulombienne sur les limites de la région spinodale. En ligne continue, la limite de la région spinodale pour le système avec l'interaction coulombienne tronquée, en tirets la spinodale sans cette interaction.

d'onde finie. Le calcul de la contribution de l'interaction "coulombienne" au coefficient C_k ne présente aucune difficulté. Pour une matière infinie symétrique ($N=Z$), on trouve² :

$$C_k^{Coulomb} = \left[-\frac{3}{4}e^2 \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{1}{2}\right)^{4/3} \rho^{-2/3} + e^2 \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\mu^2 + k^2} \right] M_k^2 \quad (32)$$

Le calcul dynamique a été réalisé à température nulle (figure 4.3). En comparant le calcul des relations de dispersion avec et sans interaction coulombienne, on remarque que la contribution coulombienne n'affecte en rien les relations de dispersion au coeur de la région spinodale.

Le rôle de l'interaction coulombienne n'est sensible qu'au bord de spinodale. En effet, généralement dans cette région, seuls les modes de grande longueur d'onde sont instables et, l'introduction des termes coulombiens va les stabiliser. Cela dit, les modes de longueur d'onde finie ne sont pas affectés comme nous le voyons sur la figure (4.3).

4.4 Instabilités spinodales dans les noyaux

Nous allons maintenant appliquer cette approche variationnelle à l'étude des instabilités spinodales dans des noyaux atomiques. En effet, si les caractéristiques

²Nous n'avons pas modifié le terme venant des forces d'échange, puisque nous avons modifié uniquement la partie à très longue portée de l'interaction coulombienne, et que les forces d'échange viennent des corrélations fermioniques qui s'établissent surtout à relativement courte distance.

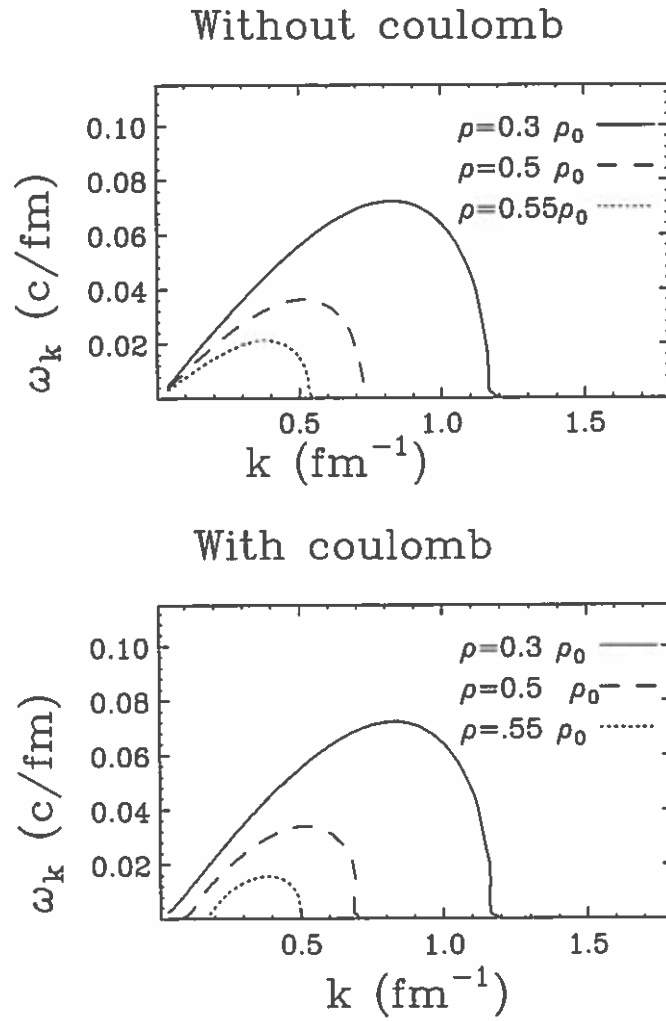


Figure 4.3: *Rôle de l'interaction coulombienne sur les instabilités spinodales à $T=0$. La seule différence se situe au bord de la région spinodale où les instabilités de grande longueur d'onde ($k \approx 0$) sont réduites.*

des instabilités spinodales semblent bien établies, les effets de taille finie sont moins clairs.

Recommençons la même analyse que dans la matière infinie, mais en introduisant une décomposition multipolaire du potentiel de vitesse :

$$S(\mathbf{r}, t) = \dot{q}_L j_L(kr) P_L(\cos \theta) = \dot{q}_L S_L(\mathbf{r}) \quad (33)$$

où $q_L(t)$ and k sont respectivement l'amplitude et le nombre d'onde radial associés avec le mode collectif de multipolarité L . Les perturbations de densité nous sont fournies par l'équation de continuité :

$$\delta \rho(\mathbf{r}, t) = q_L \nabla \cdot \left(\frac{\rho_0}{m} \nabla S_L \right) = q_L \delta \rho_L(\mathbf{r}). \quad (34)$$

La valeur moyenne de l'hamiltonien est alors :

$$\langle \psi | H | \psi \rangle = E_0 + F q_0 + \left(\frac{1}{2} M_L \dot{q}_L^2 + \frac{1}{2} C_L q_L^2 \right) \quad (35)$$

où E_0 est l'énergie associée à l'état initial. La masse M_L associée au mouvement collectif induit par S_L , s'écrit :

$$M_L = \int d^3r \rho_0 m^* \nabla S_L \cdot \nabla S_L; \quad (36)$$

De même, la force de rappel C_L est définie par

$$C_L = \int d^3r d^3r' \left(\frac{\delta^2 E_0}{\delta \rho(r) \delta \rho(r')} \right)_{\rho_0} \delta \rho_L(\mathbf{r}) \delta \rho_L(\mathbf{r}') \quad (37)$$

On trouvera une présentation plus détaillée du calcul de M_L et de C_L dans l'annexe A. Le terme de premier ordre en q ne vient que du mouvement monopolaire

$$F = \int d^3r \left(\frac{\delta E}{\delta \rho(r)} \right)_{\rho_0} \delta \rho_0(r) \quad (38)$$

En fait, nous allons chercher à calculer les instabilités qui pourraient mener à la multifragmentation d'une source nucléaire. Les modes monopolaires ne brisent pas la symétrie sphérique et ne sont reliés qu'indirectement à la formation des fragments. Il est clair que les différents modes peuvent être en compétition et une déformation monopolaire de grande amplitude pourrait favoriser certains modes de désexcitation, c'est-à-dire certaines instabilités de multipolarité L . Nous calculerons pour plusieurs formes sphériques initiales les taux d'instabilités des différents modes $L \neq 0$. Du reste, préparer le système loin de l'état fondamental avec un profil de densité donné revient à étudier la dynamique d'un système sous contrainte. Il est toujours possible de se donner un opérateur de contrainte $\hat{Q}(r)$ tel que $F = 0$:

$$\langle \psi | H - \lambda \hat{Q} | \psi \rangle = E_0 + \left(\frac{1}{2} M_L \dot{q}_L^2 + \frac{1}{2} C_L q_L^2 \right) \quad (39)$$

La liberté dans le choix de l'opérateur de contrainte $\hat{Q}(r)$ correspond à la possibilité de définir différents profils de densité de la source initiale. Le choix de la forme de la source (ou de l'opérateur \hat{Q}) pourra nous être dicté que par des considérations extérieures au modèle.

En fait, les deux paramètres M_L et C_L dépendent non seulement de L mais également de k , mais afin d'alléger les notations nous n'avons pas indiqué cette dépendance explicitement. Pour le calcul des taux d'instabilité $\omega_L = \sqrt{M_L/C_L}$ on se reportera à l'annexe A.

Considérons une source nucléaire sphérique préparée à très basse densité au coeur de la région spinodale dont la forme correspond à un profil de Fermi $\rho_0^F(r) = \rho_0/[1 + \exp((r - R)/t)]$ où ρ_0 est la densité centrale du noyau et R le rayon est fixé par la masse. Le paramètre t est relié à l'épaisseur de la surface.

il apparaît que les relations de dispersion sont assez sensibles à la forme de la source et notamment à l'importance de la surface. Afin de minimiser ces effets de surface, nous avons cherché le paramètre qui minimise l'énergie E_0 associé avec le profil de densité ρ_0^F . A basse densité, le noyau gagne beaucoup d'énergie à adopter une forme très compacte. Le calcul conduit, en général, à des épaisseurs de surface de l'ordre de $t \approx 0.2 fm$. Avec une surface extremisée, les noyaux, même à basse densité, seront stables vis à vis des perturbations ne touchant qu'à la surface. Cette méthode d'initialisation permet d'isoler clairement les instabilités volumiques.

La figure (4.4) montre les relations de dispersion calculées pour la force Skyrme-3 pour deux sources nucléaires de respectivement 50 nucléons (dont 20 protons) et 200 particules (80 protons) initialisées avec une forme de type "Fermi" $\rho_0^F(r)$ et une densité centrale de $0.06 fm^{-3}$. En trait plein nous présentons le taux d'instabilité $|\omega|$ associé à chaque perturbation $S = j_l(kr)P_L$ pour une source avec une surface extremisée. Remarquons que simplement la valeur maximale du taux d'instabilité $\omega_{MAX} \approx 0.06 c/fm$ pour la source de 200 nucléons correspond à celle de la matière infinie à cette densité et les modes de $L=2$ à $L=8$ sont instables. Pour la source de 50 particules seuls les modes $L=2$ et 3 sont instables avec un taux d'instabilité de $0.04 c/fm$. Le même calcul (en pointillé sur la figure 4.4) avec des sources nucléaires dont l'épaisseur de la surface a été fixée à $t = 0.7 fm$ donne des instabilités beaucoup plus importantes. D'une part les taux d'instabilité sont plus grands d'environ 20 %, d'autre part davantage de modes sont instables, notamment les modes $L=4$ et 5 pour la source de 50 particules, et les modes $L=9, 10, 11$ pour celle de 200. Cet effet est dû à une importante contribution des modes de surface. En effet, en étudiant la structure radiale des différents modes en fonction de k , on remarque que les modes S_L lorsque $k \rightarrow 0$ sont des perturbations piquées à la surface des différents noyaux. Des modes avec $k \approx 0.5, 0.7 fm^{-1}$ sont des perturbations ayant une oscillation radiale de densité

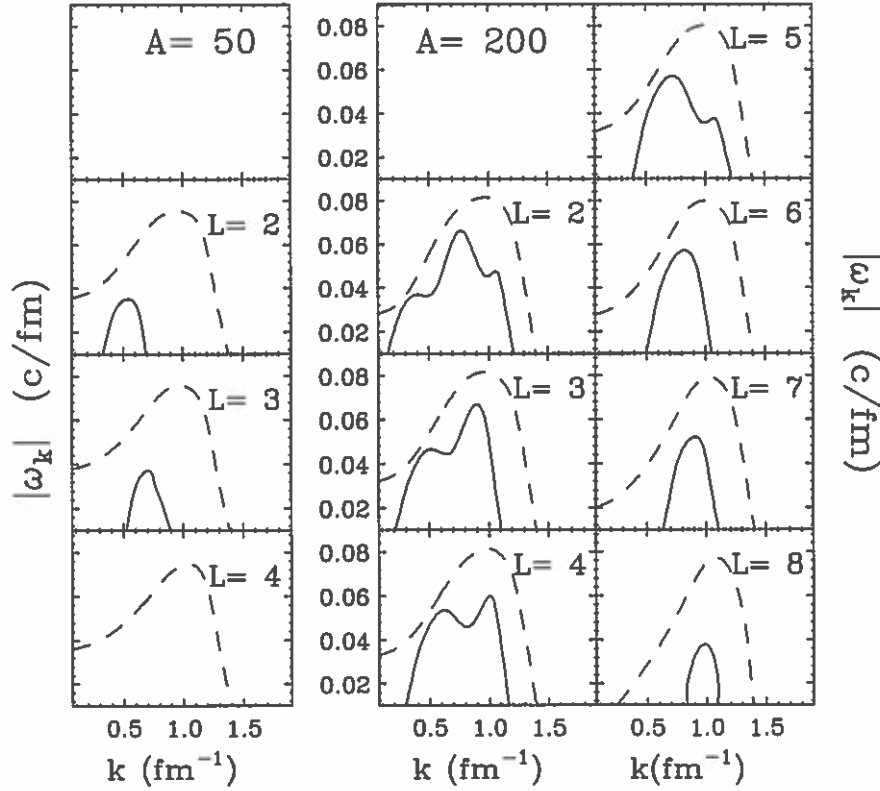


Figure 4.4: Relation de dispersion pour deux noyaux : $A=200$ et $A=50$ à la densité de 0.06 fm^{-3} , en trait plein on a choisi un noyau avec une forme de Fermi dont le paramètre de surface minimise l'énergie du noyau ($t \approx 0.2$). En pointillé, les relations de dispersion avec une surface beaucoup plus étendue ($t \approx 0.8$)

sur le rayon nucléaire.

Un exemple de facteur de forme $\delta\rho_L$ pour $L=3$ est montré sur la figure (4.5). Lorsque la surface est extrémisée, les modes avec $k \rightarrow 0$ sont en général stables, et le maximum de l'instabilité est obtenu pour les modes volume $k \approx 0.5, 0.7 \text{ fm}^{-1}$. Avec une surface non extrémisée les modes de surface préalablement stables deviennent très instables ce qui est visible sur la figure (4.4).

Cette grande sensibilité à la contribution des modes de surface est plus liée à une déficience de cette approche qu'à un effet physique : en général, la fréquence des vibrations de surface à la densité normale est, pour une part importante, fixée par la force de rappel liée à la restauration de la sphère de Fermi. En effet, les modes de surface $L \neq 0$ déforment la sphère de Fermi, cette déformation augmentent considérablement l'énergie du système. Par conséquent, cet effet explique pour une grand part la valeur de la fréquence de la résonance géante quadrupolaire : les approches hydrodynamiques utilisant la densité d'énergie de Thomas-Fermi conduisent à des fréquences de l'ordre de $30 A^{-1/2} \text{ MeV}$, alors

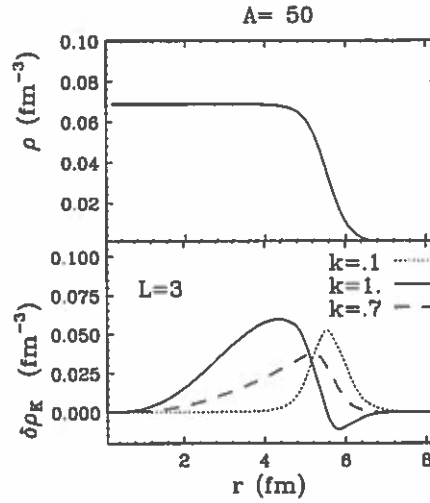


Figure 4.5: : Facteur de forme pour différentes valeurs de k pour $L=3$.

que des modèles quantiques incluant cette force de rappel reproduisent très bien la valeur expérimentale qui est environ de $60A^{-1/3} \text{ MeV}$ [HOL79]. Ce désaccord vient du fait que l'emploi de la théorie de Thomas-Fermi implique une distribution en impulsion équilibrée. Ce qui n'est évidemment pas le cas lorsqu'on ajoute des perturbations multipolaires qui vont déformer la distribution dans l'espace des moments.

Pour les modes de plus grande multipolarité cette force de rappel liée à cette déformation a sans aucun doute moins d'importance (la contribution de la restauration de la sphère de Fermi pour le mode de surface octupolaire n'est pas dominante à densité normale).

Remarque : pour inclure dans notre approche les effets de la déformation dans l'espace des moments, il faudrait ajouter des termes non-locaux dans la paramétrisation du mouvement collectif. Ainsi plutôt que de paramétrer $\Psi(r_1, \dots, r_A)$ il faudrait partir d'une équation plus générale [HOL79] utilisant la matrice densité $\rho_0(r, r') = \sum_i \phi_i(r) \phi_i^*(r')$:

$$\rho(r, r', t) = \exp[S(r, t) \nabla_r + \nabla_r S(r, t) + S(r', t) \nabla_{r'} + \nabla_{r'} S(r', t)] \rho_0(r, r')$$

Cependant l'inclusion d'effet de non-localité dans cette approche est assez lourde et la méthode y perdrait beaucoup en simplicité. Il semble plus justifier de tenir compte de ce type d'effet, dans une approche réellement quantique, tel un calcul RPA ce qui sera fait dans le chapitre suivant.

La déformation de la sphère de Fermi est incluse dans les calculs semi-classiques travaillant avec une fonction de distribution $f(r, p, t)$ dans l'espace des phases.

Notons que les relations de dispersion obtenues par ce calcul variationnel et celle d'un calcul Vlasov pour des modes (de volume) dans la matière nucléaire sont équivalentes à 10 % près (voir annexe C). Cette comparaison (annexe C) nous permet d'affirmer que l'hypothèse d'isotropie dans l'espace des impulsions, implicite dans cette approche variationnelle, n'a qu'une influence faible sur le développement initial des modes de volume. **L'extrémisation de l'épaisseur de la surface peut être comprise comme un moyen d'éviter le couplage aux modes de surface pour lesquels notre calcul n'est pas fiable.**

La figure (4.6) montre la valeur du taux de croissance des instabilités des différentes multipolarité L pour une source de 200 nucléons avec une densité de Fermi où la surface a été extrémisée, à deux densités différentes. Nous avons choisi de présenter la valeur des instabilités correspondant respectivement au facteur de forme radial le plus instable. Dans la fenêtre de la figure (4.6) on peut observer les relations de dispersion dans la matière infinie aux mêmes densités. On peut observer que les temps d'instabilité de modes radiaux les plus instables sont pratiquement égaux quelque soit la valeur de L jusqu'à un maximum L_c . Cette coupure dans l'espace des multipolarités est relié à la coupure k_c de la matière nucléaire. Dans ces systèmes finis, les modes instables sont caractérisés par un nombre d'onde radial k et la multipolarité L . Pour les modes les plus instables, le nombre radial relié au k de la fonction de Bessel du potentiel de vitesse correspond toujours à une oscillation de densité sur le rayon nucléaire, la longueur d'onde effective des modes les plus instables est donc grossièrement égale à $2\pi R/L$, R étant le rayon de la source. Le dernier mode instable L_c peut être déterminé à partir de la coupure k_c de la relation de dispersion de la matière nucléaire :

$$L_c \approx Rk_c \quad (40)$$

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent la décomposition spinodale se traduisait par la formation de fragments dont la taille était reliée à la longueur d'onde des modes les plus instables. La forme en cloche des relations de dispersion favorisait fortement l'émergence de fragment d'une taille particulière. Cependant dans le cas d'une géométrie sphérique, nous pouvons remarquer les taux d'instabilité pour les modes de $L = 2$ à $L = L_c$ sont quasiment égaux. La décomposition spinodale d'une source de masse A devrait conduire à la formation de fragment primaire d'une masse comprise entre $A/2$ et A/L_c .

Notons que dans tous ces calculs les termes coulombiens ont été inclus. Comme nous l'avons remarqué dans la matière infinie ces termes ne jouent pas un grand rôle sur le développement des modes de volume. En fait, en ce qui concerne les modes multipolaires ($L=2,3..$), la contribution coulombienne sur les temps d'instabilité est pratiquement nulle. Par contre, les modes $L=0$ sont certainement très influencés par les termes coulombiens. D'une part, au deuxième or-

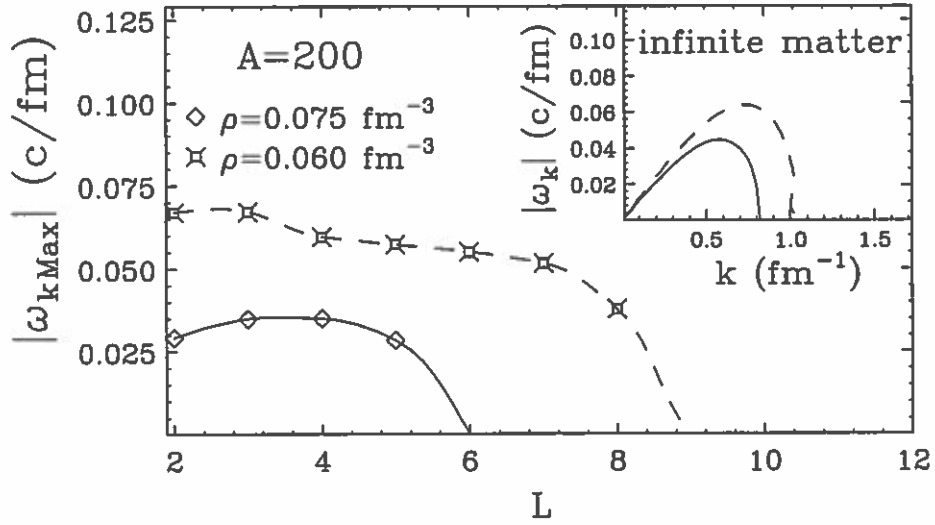


Figure 4.6: Relation de dispersion pour deux densités : 0.075 et 0.06 fm^{-3} , pour chaque mode on a choisi la valeur maximum de ω avec une surface extrémisée. Dans la fenêtre, les relations de dispersion pour les mêmes densités dans la matière infinie.

dre (c'est-à-dire au niveau du facteur $C_{L=0}$) l'inclusion de l'interaction coulombienne contribue à parfois stabiliser totalement ces modes. D'autre part, au premier ordre (facteur $F q_0$) la contribution coulombienne va sans aucun doute favoriser énergétiquement certaines configurations exotiques. La répulsion coulombienne favorise une répartition de la matière à grande distance du centre du noyau, et une perturbation monopolaire $\delta\rho = +\rho_0 \frac{\sin(\pi r/R)}{r}$ sera, en ce qui concerne l'énergie coulombienne, moins favorable qu'une perturbation de signe opposé $\delta\rho = -\rho_0 \frac{\sin(\pi r/R)}{r}$.

4.5 Formation et instabilités des noyaux bulles

La possibilité de former des structures très exotiques telle que des tores et ou des bulles dans des collisions d'ions lourds très centrales a été évoquée depuis longtemps [WON73].

Plus récemment des simulations numériques de l'équation de Boltzmann-Uhlen-Uhlenbeck et de l'équation de Vlasov ont également abouties à la formation de configuration de type "bulle" avant de se désintégrer [MOR92, BAU92, BOR93].

C'est-à-dire qu'à un moment donné de son évolution le système nucléaire crée un trou dans sa région centrale répartissant sa matière sur les bords. La formation de ce type de configuration est due à la contribution de l'interaction coulombienne

et des effets dynamiques (expansion). Si ce genre de configuration est atteinte à une densité moyenne inférieure à la limite de la région spinodale, alors va se produire une décomposition spinodale.

Afin d'étudier les propriétés de configurations de type bulle nous allons calculer les relations de dispersion pour une source dont la forme est obtenue en ajoutant une perturbation monopolaire au profil de Fermi. On définit donc $\rho^{bulle}(r) = \rho^F(r) + q_0 \delta \rho_0(r)$. La perturbation monopolaire a été choisie de la forme

$$\delta \rho_0 = -\nabla(\rho_0^F \nabla j_0(\pi/Rr)), \quad (41)$$

où $\rho_0^F(r)$ est une densité de type "Fermi" avec une faible surface ($t \approx 0.2 fm$), et R le rayon du noyau spécifié par $\rho_0^F(r)$.

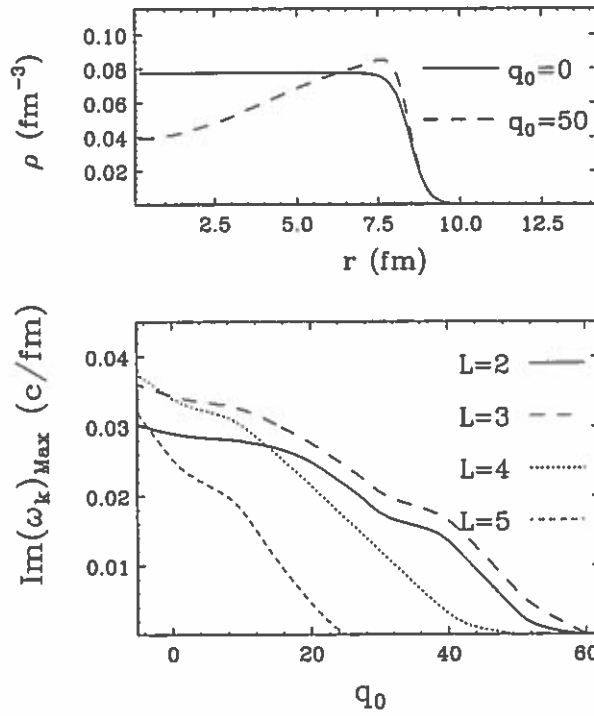


Figure 4.7: *Instabilité des noyaux bulles. La surface des noyaux a été extrémissée*

La figure (4.7) présente le taux d'instabilité maximum pour chaque multipolarité L pour un noyau initialisé au bord de la région spinodale ($\rho = 0.08 fm^{-3}$).

A mesure que l'on crée une déplétion dans la région centrale, l'on augmente la densité sur le bord du noyau et l'on remarque alors que les différentes instabilités sont atténuées. Pour de grandes amplitudes de q_0 ($\approx 50\%$) le système peut même devenir stable vis à vis des perturbations multipolaires.

Le résultat est moins sensible à plus basse densité. Sur la figure (4.8), on peut observer une comparaison des relations de dispersion obtenues au coeur de

la région spinodale pour des sources ayant une densité de type "Fermi" $\rho_0^F(r)$ et les mêmes noyaux ayant ajouté la perturbation monopolaire $q_0 \delta\rho_0$. Dans cette figure q_0 a été choisi de manière à créer une déplétion de 30 %. On remarque qu'à cette densité la configuration bulle est légèrement moins instable que le profil de Fermi.

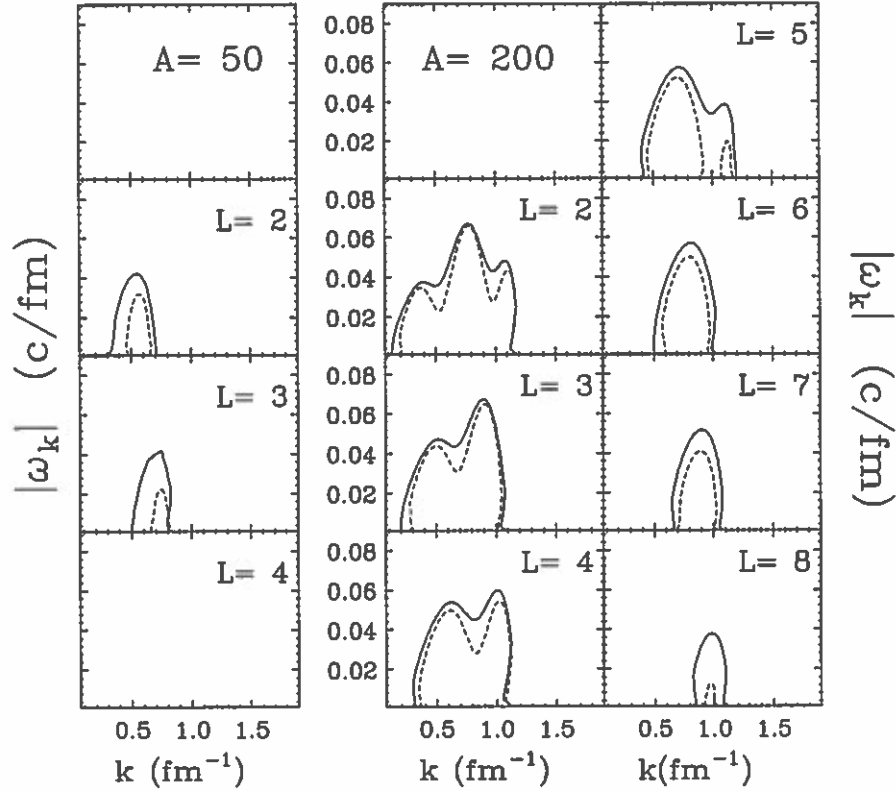


Figure 4.8: Relations de dispersion pour deux noyaux : $A=200$ et $A=50$ à la densité de 0.06 fm^{-3} , en trait plein on a choisi un noyau avec une forme de Fermi dont le paramètre de surface minimise l'énergie du noyau ($t \approx 0.2$). En pointillé les relations de dispersion avec une configuration de type bulle avec une déplétion de 30 % de la densité centrale.

4.6 Discussion des corrections quantiques

Le développement donné par la théorie de Thomas-Fermi généralisée a été arrêté à l'ordre 2 (avec τ_2). La correction quantique due à ce terme τ_2 dans l'énergie cinétique n'est certainement pas suffisante pour inclure tous les effets quantiques de non-localité. Il a été démontré dans la matière infinie que des calculs semi-classiques (de type Vlasov) donne une valeur de coupure k_c et des taux

d'instabilité 40 % plus élevés que ceux d'un calcul purement quantique [AYI95] utilisant les mêmes forces. Dans notre approche l'inclusion des termes $\tau_2[\rho]$ ne modifie que faiblement les relations de dispersion.

Ceci indique clairement que l'énergie de surface incluse par les corrections $\tau_2[\rho]$ de la théorie de Thomas-Fermi généralisée sont loin d'être suffisantes. Cette théorie a été également utilisée pour le calcul des barrières de fission; Il semble que seule l'introduction du terme $\tau_4[\rho]$ puisse introduire une énergie de surface suffisante. Malheureusement, l'introduction du terme d'ordre supérieur $\tau_4[\rho]$ réclame en général beaucoup de travail. Certains auteurs ont proposé d'ajuster l'amplitude des termes de l'énergie cinétique de façon à obtenir des états fondamentaux de noyaux ayant une surface de forme réaliste [BER56, KRI80, KRI79]. Ils proposent donc de prendre :

$$\tau[\rho] = \alpha \tau^{TF} + \nu \frac{1}{36} \frac{(\nabla \rho)^2}{\rho} + \frac{1}{3} \Delta \rho \quad (42)$$

Cette méthode reste cependant assez délicate car, par exemple pour obtenir des profils de densité réalistes il faut prendre $\nu \approx 4$ ceci augmente d'une façon exagérée l'énergie cinétique à la surface des noyaux [BRA85]. Nous nous contenterons donc des corrections à l'ordre deux en remarquant que d'une part les relations de dispersion dans la matière nucléaire donne avec la force que nous avons choisie (SKIII) une coupure k_c compatible avec la coupure obtenue par un calcul RPA [AYI95] avec la force de Cassing, et des taux d'instabilité 40-50 % plus élevés. Cependant nos résultats devraient fournir une bonne image de la décomposition spinodale avec des taux d'instabilité certes surestimés.

Il est cependant difficile d'établir précisément les échelles de temps d'une décomposition spinodale, puisque toutes les forces phénoménologiques ont été paramétrées de manière à reproduire les propriétés des noyaux dans leur état d'équilibre. Loin de la densité de saturation, dans la région spinodale, les différentes paramétrisations peuvent donner des taux d'instabilité maximum variant de 20 à 30 %. Ainsi sur la figure (4.9) nous présentons une comparaison entre les forces Skm et SkIII.

4.7 Conclusion

Ce calcul variationnel nous a permis d'étudier plus spécifiquement les instabilités spinodales dans les noyaux. Nous avons observé que les modes privilégiés sont ceux qui vont créer une oscillation radiale de densité. Par conséquent, le développement d'une instabilité de multipolarité L dans un noyau masse A , peut en principe mener à la formation de L fragments.

De plus, les taux d'instabilité maximum associés aux modes de multipolarité L sont à peu près constants jusqu'à une valeur de coupure L_c , au-delà de laquelle

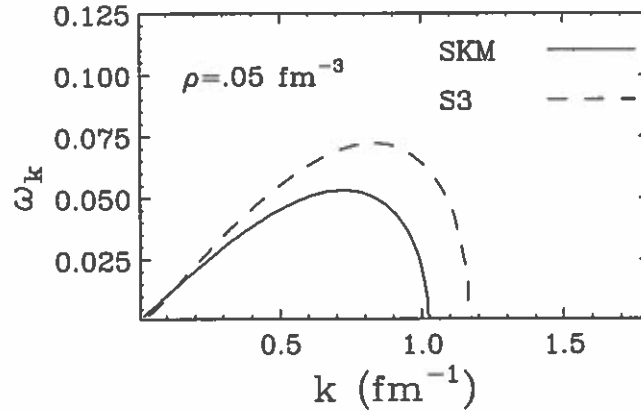


Figure 4.9: Comparaison de la relation de dispersion pour différentes forces dans la région spinodale.

lle tous les modes sont stables. La valeur de cette coupure L_c dépend de la source nucléaire et de sa densité moyenne. Nous avons vu au chapitre précédent que la connaissance des modes les plus instables nous permettait de prédire les caractéristiques des fragments les plus probables. On peut donc penser que, en moyenne, la masse des fragments primaires sera donné par les modes les plus instables de la relation de dispersion et sera donc comprise entre $A/2$ et A/L_c particules .

Contrairement aux résultats du chapitre 3, où les relations de dispersion étaient très piquées sur quelques modes particuliers, ici la géométrie sphérique implique des “relations de dispersion très plates”, qui permettent d’envisager la formation de fragments primaires de taille assez différentes avec la même probabilité. Les fragments primaires formés par ce processus devraient se désexciter en évaporant des particules, il est donc difficile d’imaginer s’il est possible d’extraire des partitions de fragments expérimentales une indication claire d’une décomposition spinodale dans les noyaux. Pour que cette indication soit non-ambigüe, il faudrait qu’elle soit non reproductible par des modèles construits sur des hypothèses différentes. Des simulations récentes de la décomposition spinodale dans un système lourd [GUA96] laisse envisager des distributions de fragments très différentes des prévisions de modèles statistiques, ou percolatifs.

Nous avons utilisé une description hydrodynamique qui repose sur des hypothèses d’équilibre en impulsion. Pour les mouvements menant à une décomposition spinodale, l’équilibre en moment n’est certainement pas réalisé. En ce qui concerne le développement des modes de volume, ce type d’approximation fournit sans aucun doute de bonnes estimations, ce qui n’est pas le cas avec les modes de surface. Les sources nucléaires à basse densité probablement formées dans

certaines collisions noyau-noyau ont certainement une surface assez diffuse. Dès lors, il est difficile de clairement distinguer les modes de surface des modes de volume. C'est pourquoi il serait important d'étudier si le couplage des modes de surface aux modes de volume a une grande influence sur le développement des instabilités. Afin de tester le couplage entre les modes de volume et les modes de surface, il est nécessaire d'inclure la force de restauration liée à la déformation de la sphère de Fermi. Ceci sera réalisé grâce à un calcul quantique dans le chapitre 5.

Chapitre 5

Approche quantique pour les instabilités

5.1 Introduction

Dans ce chapitre nous poursuivons la description des instabilités de noyaux à basse densité dans un formalisme quantique, afin d'étayer les résultats du chapitre 4, et d'aller au-delà des approches de type Thomas-Fermi.

Sur la base de la linéarisation de l'équation de Hartree-Fock dépendant du temps (TDHF), nous allons étudier l'évolution d'une oscillation initiale de la densité $\delta\rho(\mathbf{r}, t_0)$ dans une source préparée dans des conditions particulières de température et de densité. Cette perturbation va créer des transitions des nucléons vers des états excités.

Lorsque de nombreuses excitations élémentaires contribuent d'une façon cohérente à des oscillations de densité, on parle de modes collectifs. Cette approche que l'on nomme aussi RPA (random phase approximation, on pourra consulter les références [RINGb, BERT]) permet de décrire de nombreux phénomènes collectifs. Elle nous permettra d'envisager le rôle des spécificités quantiques sur le développement des instabilités. En effet, on peut escompter deux effets principaux de la mécanique quantique pour le calcul des taux d'instabilité :

- Tout d'abord, la nature quantique des nucléons est pour une part responsable de l'énergie de surface des noyaux. Cette contribution quantique modifie les relations de dispersion dans la région spinodale comme le précise la référence [AYI95] (voir également l'annexe C). En effet, cette énergie de surface négligée dans des calculs semi-classiques diminue d'environ 40 % les taux d'instabilité.
- Par ailleurs, les effets de couches pourraient favoriser certaines instabilités et modifier considérablement les relations de dispersion. Par exemple, le fait

que les énergies des nucléons soient discrètes pourrait modifier les fréquences de vibration.

Les calculs RPA présentent l'avantage d'être facilement généralisables à température finie [VAU84] : Ce qui n'est pas le cas pour un formalisme "Thomas-Fermi" puisqu'en pratique, il est nécessaire de pratiquer un développement limité de basse température de la fonctionnelle d'énergie cinétique selon les puissances du facteur (T/ϵ_f) , et la convergence des calculs n'est pas rapide à basse densité et haute température. On pourrait s'attendre à ce que le rôle des niveaux d'énergie discrets soit moins important à haute température, puisque, en effet, la température favorise la perte des effets de couches. Par contre, quelle que soit la température, l'énergie de surface fournira toujours une contribution importante à l'énergie totale.

L'approximation RPA ([BOH53, GEL57]) a été rarement utilisée dans le contexte d'instabilité. Des calculs ont cependant été réalisés pour les instabilités d'un Calcium 40 contraint à des densités à la limite de la région spinodale [VAU86]. Nous utiliserons une approche très proche de cette référence, mais nous étudierons plus extensivement les instabilités de plusieurs noyaux dans une grande gamme de densité et de température.

5.2 Linéarisation de l'équation de Hartree-Fock

Considérons un système décrit par la matrice densité ρ . Soit $|i\rangle$ une base d'état complète et orthonormale, et D la matrice densité décrivant le système. La matrice densité à un corps dans cette base s'écrit alors :

$$\rho_{ij} = \langle i|\rho|j\rangle = \langle a_j^\dagger a_i \rangle = \text{tr}(D a_j^\dagger a_i) \quad (1)$$

où l'opérateur a_j^\dagger crée une particule dans l'état $|j\rangle$, et a_i détruit une particule dans l'état $|i\rangle$.

L'équation décrivant l'évolution du système est obtenue grâce au théorème d'Ehrenfest :

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{ij}(t)}{\partial t} = - \langle [H, a_j^\dagger a_i] \rangle \quad (2)$$

avec :

$$H = \sum_{ij} t_{ij} a_i^\dagger a_j + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} \bar{v}_{ijkl} a_i^\dagger a_j^\dagger a_k a_l \quad (3)$$

est un hamiltonien général incluant des interactions v à deux corps.

Ces interactions impliquent des corrélations entre particules, et les états propres de H doivent non seulement posséder les corrélations issues de la statistique

de Fermi mais également des corrélations venant des interactions v . En effet, en notant $\bar{v}_{ijkl} = v_{ijkl} - v_{ijlk}$, l'équation (2) peut s'écrire :

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{ij}(t)}{\partial t} = \sum_k t_{ik} \rho_{kj} - \rho_{ik} t_{kj} + \frac{1}{2} \sum_{krs} \bar{v}_{ikrs} \rho_{rsjk}^{(2)} - \bar{v}_{rsjk} \rho_{ikrs}^{(2)} \quad (4)$$

où nous avons introduit la matrice densité à deux corps $\rho^{(2)}$:

$$\rho_{rsjk}^{(2)} = \langle a_k^\dagger a_j^\dagger a_s a_r \rangle \quad (5)$$

La méthode Hartree-Fock [HAR28, FOC30] consiste à négliger les corrélations issues des interactions à deux corps. De ce fait, on peut choisir des déterminants de Slater $|\Psi(t)\rangle$ pour approcher l'état fondamental du système, ce qui revient à n'inclure que les corrélations imposées par le principe de Pauli. Et en supposant que, au cours du temps la fonction d'onde est décrite par un déterminant de Slater, on peut écrire :

$$\rho_{rsjk}^{(2)} = \rho_{rj} \rho_{sk} - \rho_{rk} \rho_{sj}, \quad (6)$$

et, on obtient l'équation de Hartree-Fock dépendant du temps [DIR30] :

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{ij}(t)}{\partial t} = [h[\rho], \rho]_{ij} \quad (7)$$

où $h[\rho]$ est le potentiel Hartree-Fock donné par la relation $h_{ij}[\rho] = t_{ij} + U_{ij}[\rho]$. Le terme $U_{ij}[\rho]$ est le potentiel Hartree-Fock dépendant de la densité :

$$U_{ij}[\rho] = \sum_{rs} \bar{v}_{irjs} \rho_{rs} \quad (8)$$

Nous cherchons à décrire les modes collectifs d'un noyau très loin de l'état fondamental : où ρ_0 ne commute pas avec le potentiel HF $h[\rho_0]$.

Cette densité initiale peut être déterminée par une équation Hartree-Fock contrainte : $[h[\rho_0] - \lambda Q, \rho_0]$, où Q est l'opérateur de contrainte pour préparer le noyau à basse densité et λ le multiplicateur de Lagrange associé. La stabilité d'une source nucléaire à basse densité a été étudiée dans la base HF (sans contrainte) dans la référence [VAU86]. Cependant il apparaît plus direct de considérer la matrice densité $\hat{\rho}(t)$ dans le référentiel tangent (ou en mouvement), $\hat{\rho}(t) = \exp[i\lambda t Q] \rho(t) \exp[-i\lambda t Q]$, et de transformer l'équation TDHF dans ce référentiel :

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}(t)}{\partial t} = [\hat{h}[\rho] - \lambda Q, \hat{\rho}] \quad (9)$$

où le potentiel HF $\hat{h}(t)$ dans le référentiel en mouvement est donné par :

$$\hat{h}(t) = \exp[i\lambda t Q] h(t) \exp[-i\lambda t Q]. \quad (10)$$

La description des fluctuations de faible amplitude $\delta\hat{\rho}(t)$ de la matrice densité, autour de la densité initiale $\hat{\rho}_0$ peut être obtenue par la linéarisation de cette équation.

$$i\hbar \frac{\partial \delta\hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{h}_0(t) - \lambda\hat{Q}, \delta\hat{\rho}] + [\delta\hat{h}(t), \hat{\rho}_0(t)] = \mathcal{M}(t) \cdot \delta\hat{\rho}(t), \quad (11)$$

où $\hat{h}(t) = \hat{h}_0(\hat{\rho}_0) + \delta\hat{h}$ et $\mathcal{M}(t)$ est la matrice RPA. Sur des intervalles de temps petits, le potentiel HF dans le référentiel en mouvement se simplifie :

$$\hat{h}(\delta t) \approx h(\delta t) \approx h_0 + \delta h(\delta t) \quad (12)$$

La variation δh est la perturbation causée par $\delta\rho$ au potentiel Hartree-Fock :

$$\delta h_{ij} = \sum_{kl} \frac{\partial h_{ij}}{\partial \rho_{lk}} \bigg|_{\rho_0} \delta \rho_{kl} = \sum_{kl} \bar{v}_{ijkl} \delta \hat{\rho}_{kl} \quad (13)$$

La solution formelle de l'équation (11) peut s'écrire suivant :

$$\delta\hat{\rho}(t) = \mathcal{U}(t) \cdot \delta\hat{\rho}(0), \quad (14)$$

où $\mathcal{U}(t) = \mathcal{T}(\exp[-\frac{i}{\hbar} \int_0^t ds \mathcal{M}(s)])$ est l'opérateur d'évolution linéarisé. \mathcal{T} définit le T-produit. Les valeurs propres de l'opérateur d'évolution $\mathcal{U}(t)$ déterminent la stabilité des trajectoires TDHF : les valeurs propres ω , si elles sont positives vont caractériser des oscillations stables, et des valeurs propres complexes vont signaler des oscillations amplifiées ou amorties. En général, la construction de $\mathcal{U}(t)$ est très difficile ([COL95]). Cependant, en considérant l'évolution initiale au voisinage de l'état ρ_0 on peut résoudre le problème RPA associé à $\mathcal{M}(0) = \mathcal{M}$. En utilisant la représentation $|i\rangle$ qui diagonalise $h_0 - \lambda Q$ et ρ_0 , l'équation RPA $\mathcal{M} \delta\hat{\rho}(\omega) = \hbar\omega \delta\hat{\rho}(\omega)$ pour les modes collectifs devient :

$$(\hbar\omega - \epsilon_i + \epsilon_j) \langle i | \delta\hat{\rho}(\omega) | j \rangle = \langle i | \delta h(\omega) | j \rangle (\rho_j - \rho_i), \quad (15)$$

où ρ_i est le nombre d'occupation et ϵ_i l'énergie associée à l'état $|i\rangle$.

En explicitant δh , on obtient:

$$(\hbar\omega - \epsilon_i + \epsilon_j) \delta\hat{\rho}_{ij}(\omega) = (\rho_j - \rho_i) \sum_{kl} \bar{v}_{ijkl} \delta\hat{\rho}_{kl}(\omega) \quad (16)$$

Remarque : Si on considère uniquement l'équation TDHF linéarisée à $T = 0$, les seuls éléments de matrice non nulle de $\langle j | \rho | i \rangle$ sont ceux invoquant des états (i, j) du type particule-trou, c'est-à-dire que les états individuels $|i\rangle$ et $|j\rangle$ possèdent des énergies ϵ_i et ϵ_j situées de part et d'autre de l'énergie de Fermi ϵ_f . Ceci implique que $\rho_{ij}(t) = \langle \Psi(t) | a_i^\dagger a_j | \Psi(t) \rangle$ peut toujours être obtenu à partir d'un déterminant de Slater $|\Psi(t)\rangle$ quelque soit t , ce qui est consistant avec l'hypothèse de base de TDHF.

Les quantités $\delta\hat{\rho}_{ij}$ peuvent être interprétées comme les éléments de matrice de transition entre l'état fondamental et un état excité du type particule-trou.

L'oscillation de densité induite dans l'espace \mathbf{r} peut s'écrire:

$$\delta\hat{\rho}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{i,j} \langle \mathbf{r} | j \rangle \delta\hat{\rho}_{ij}(\omega) \langle i | \mathbf{r} \rangle \quad (17)$$

Ces excitations correspondent aux mouvements collectifs du système. La solution de l'équation (16) peut être obtenue en cherchant les modes propres $\delta\hat{\rho}_{ij}$.

5.3 Equation de dispersion

Nous allons utiliser dans la suite du chapitre un potentiel à un corps $h[\hat{\rho}] = \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U(\rho)$ où U est un champ moyen de la forme:

$$U(\rho) = 3/4 \, t_0 \, \rho + (\sigma + 2)/16 \, t_3 \, \rho^{\sigma+1} + c \nabla^2 \rho \quad (18)$$

Pour des raisons techniques nous n'avons pas utilisé exactement la forme du champ moyen du chapitre 4. En effet, l'inclusion d'une masse effective m^* complique beaucoup la résolution du problème RPA.

L'emploi d'un champ moyen ne dépendant que de la densité et de ses dérivée au point \mathbf{r} , induit une perturbation locale $\delta h(\mathbf{r})$ du champ moyen $\delta U[\rho]$ associée à la perturbation de densité $\delta\rho(\mathbf{r}, t)$:

$$\delta h(\mathbf{r}, t) = \left. \frac{\delta U[\rho]}{\delta \rho} \right|_{\rho_0} \cdot \delta\rho(\mathbf{r}, t) \quad (19)$$

La variation du champ moyen dépendant de la densité doit osciller en phase avec les perturbations de la densité, donc:

$$\delta h(\mathbf{r}, t) = U[\rho_0 + \delta\rho] - U[\rho_0] \approx \quad (20)$$

$$\alpha(t) \left(\frac{3}{4} t_0 + \frac{(\sigma + 1)(\sigma + 2)}{16} t_3 \rho_0^\sigma + c \Delta \right) f_l(r) \tilde{Y}_{lm}(\theta, \phi)$$

En général, et spécialement à haute température la résolution standard du problème RPA problème est lourde, puisque la matrice à calculer a la dimension du nombre de configurations particule-trou (i, j) à considérer. Nous procéderons par une autre méthode : Au lieu de chercher exactement les modes propres du système nous nous intéresserons seulement à l'évolution d'une sous classe de perturbations $\delta\rho$ possibles paramétrées par :

$$\delta\rho(\mathbf{r}; \omega) = \alpha(\omega) f_l(kr) \tilde{Y}_{lm}(\theta, \phi) \quad (21)$$

où $\tilde{Y}_{lm}(\theta, \phi) = [Y_{lm}(\theta, \phi) + h.c.]/\sqrt{2(1 + \delta_{m0})}$. Nous avons paramétré le facteur de forme radiale $f_l(kr)$ avec les fonctions de Bessel sphériques $j_l(kr)$ selon :

$$f_l(kr) = \rho_0(r) j_l(kr) \quad (22)$$

Ceci revient en fait à choisir explicitement la forme du mouvement collectif à étudier. Remarquons que notre paramétrisation des modes collectifs est suffisamment générale pour tester une grande gamme d'instabilités multipolaires.

Cherchons à extraire l'évolution temporelle des fluctuations de densité donnée par le facteur $\alpha(t)$. On peut par exemple écrire:

$$\alpha = \int d\mathbf{r} K G(\mathbf{r}) \delta\rho(\mathbf{r}; \omega), \quad (23)$$

où $G(\mathbf{r}) = g_r(r) \tilde{Y}_{L'M'}$ est un opérateur multipolaire quelconque.

Le facteur de normalisation K est donné par la relation:

$$1/K = \int r^2 dr f_l(kr) g_r(r) \quad (24)$$

La quantité $\delta\rho(\mathbf{r}, \omega)$ nous est donnée par l'équation TDHF linéarisée:

$$\langle i | \delta\hat{\rho}(\omega) | j \rangle = \frac{\langle i | \delta h(\omega) | j \rangle}{(\hbar\omega - \epsilon_i + \epsilon_j)} (\rho_j - \rho_i), \quad (25)$$

Donc en injectant cette équation dans l'équation de normalisation (23), on obtient:

$$\frac{\alpha}{K} = \int d\mathbf{r} G(\mathbf{r}) \delta\rho(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{i,j} \frac{\langle i | \delta h | j \rangle \langle j | G | i \rangle}{\hbar\omega - \epsilon_i + \epsilon_j} (\rho_j - \rho_i) \quad (26)$$

En remarquant que δh dépend linéairement de α , il est possible d'éliminer ce facteur de cette équation dont la résolution donne les relations de dispersion ω_k^L . Il y a plusieurs choix possibles pour la fonction $G(\mathbf{r})$. Le plus simple consiste à prendre une fonction $g(\mathbf{r})$ directement proportionnelle à l'opérateur d'excitation du problème, c'est à dire à $\delta h(\mathbf{r})$. Ainsi, le choix $G(\mathbf{r}) = \frac{1}{\alpha} \delta h(\mathbf{r})$ conduit à une forme simple pour l'équation de dispersion.

$$\frac{\hbar}{K} = \sum_{ij} \frac{(\rho_j - \rho_i)}{\omega - \omega_{ij}} |\langle i | G | j \rangle|^2 = \sum_{\epsilon_i > \epsilon_j} (\rho_j - \rho_i) \frac{2 \omega_{ij}}{\omega^2 - \omega_{ij}^2} |\langle i | G | j \rangle|^2 \quad (27)$$

où $\hbar\omega_{ij} = \epsilon_i - \epsilon_j$.

Remarque technique: Il est également possible d'obtenir cette équation avec d'autres approches. Une possibilité est d'utiliser des forces à deux corps séparables:

$$V(r_i, r_j) = -\frac{K}{2} \sum_{ij} G(r_i) G(r_j) \quad (28)$$

cette interaction schématique aurait produit la même équation pour les relations de dispersion. Certes, ces forces séparables ne sont pas très physiques dans le sens où il est difficile d'argumenter qu'une force microscopique $v(r_i - r_j)$ puisse être de nature séparable. Cependant elles permettent de décrire des excitations collectives lorsqu'on peut deviner la nature du mouvement collectif (comme dans notre calcul où l'on a choisi une forme spécifique pour le mouvement collectif). En effet, ces interactions sont utilisées pour reproduire une brisure de symétrie observée par exemple sur des spectres. A grand moment angulaire, les noyaux subissent une déformation quadrupolaire qui se traduit directement dans les spectres de ces noyaux. Pour créer cette brisure de symétrie on peut ajouter un potentiel séparable du type quadrupole-quadrupole à un hamiltonien H_0 invariant par rotation pour reproduire les spectres de ces noyaux.

En utilisant le théorème de Wigner-Eckart et les propriétés des harmoniques sphériques (voir appendice B) on peut sommer sur m_i, m_j et obtenir finalement une équation radiale:

$$\frac{\hbar}{K} = \sum_{\epsilon_i > \epsilon_j} (\rho_j - \rho_i) \frac{2 \omega_{ij}}{\omega^2 - \omega_{ij}^2} \frac{(2l_i + 1)(2l_j + 1)}{4\pi} \begin{pmatrix} l_j & l & l_i \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \quad (29)$$

$$\left[\int r^2 dr h_{n_i, l_i} h_{n_j, l_j} g_r(r) \right]^2$$

où $\begin{pmatrix} \ddots & \ddots & \ddots \\ \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$ représente les coefficients $3j$.

Nous avons utilisé $\langle r|i \rangle = h_{n_i, l_i}(r) Y_{l_i, m_i}(\theta, \phi)$, avec n_i correspondant au nombre quantique radial. Quant à la fonction g_r , elle est proportionnelle à la variation radiale du champ moyen:

$$g_r(r) = \frac{\delta h(r, t)}{\delta \alpha} = \left[\frac{3}{4} t_0 + \frac{(\sigma + 1)(\sigma + 2)}{16} t_3 \rho^\sigma + c \left(\frac{L(L + 1)}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{d}{dr} \right) \right] f_l(kr). \quad (30)$$

La résolution schématique de l'équation (29) est réalisée graphiquement dans la figure (5.1). Les solutions ω de l'équation (29) sont obtenues par les points d'intersection de la courbe donnée par le membre de droite et la droite horizontale d'ordonnée \hbar/K .

5.4 Instabilités dans les noyaux

Les paramètres du champ moyen ont été fixés à $\sigma = 1$, $t_0 = -1000 \text{ MeV fm}^3$ et $t_3 = 1500 \text{ MeV fm}^6$; Ils donnent une densité de saturation de 0.16 fm^{-3} et

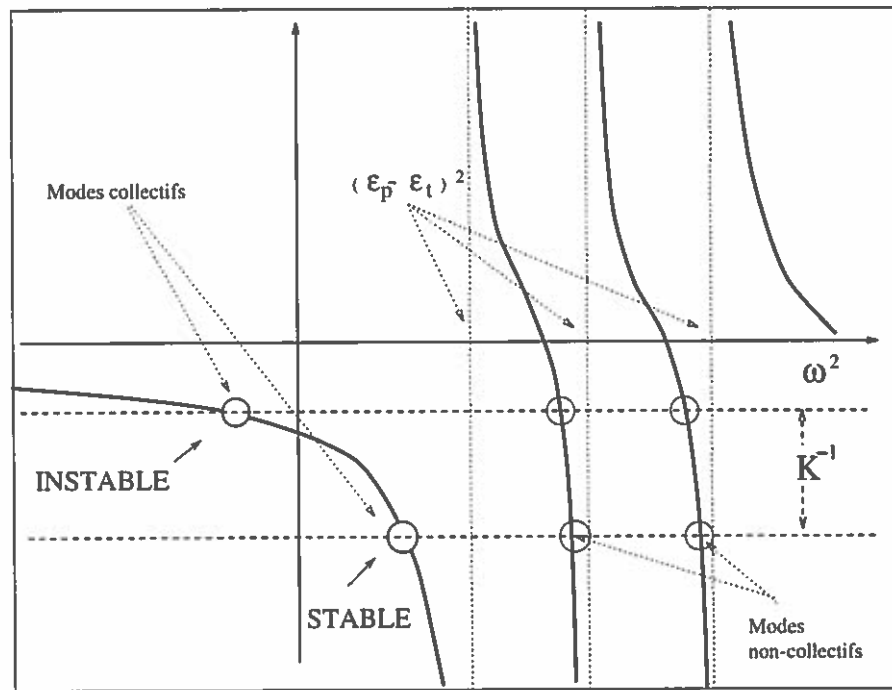


Figure 5.1: Solution graphique de l'équation de dispersion. Le membre de droite de l'équation (29) est représenté en trait plein en fonction de ω^2 . Les énergies $e_i = \epsilon_p - \epsilon_h$ correspondant aux différentes excitations particule-trou possibles, et sont des pôles de la fonction de réponse. L'intersection de K^{-1} (ligne pointillée) nous fournit les modes d'excitation du système.

un module d'incompressibilité de 350 MeV^1 . Le facteur $c = -126 \text{ MeV fm}^5$ est égal au terme correspondant de la force "Skyrme 3". Les relations de dispersion obtenues avec cette méthode ont été calculées dans une boîte périodique (voir annexe 4) avec ces paramètres de champ moyen. Nous avons obtenu des taux d'amplification maximum de l'ordre de $0.04 \text{ fm}/c$ au coeur de la région spinodale. Ces résultats sont tout à fait compatibles avec les relations de dispersion quantiques d'un système infini obtenu dans la référence [AYI95] avec une force proprement paramétrée (celle de Cassing).

Dans ce formalisme, pour calculer les relations de dispersion, il est important de considérer suffisamment d'états particule-trou. Plus la multipolarité de l'instabilité est élevée plus il est nécessaire de prendre en considération un nombre important d'orbitales. Dans les calculs qui suivent, nous avons utilisé une centaine d'orbitales pour résoudre le problème RPA (110 pour $A=40$ et 132 pour $A=140$, voir la justification dans l'annexe B).

5.4.1 Choix de l'opérateur de contrainte

Le choix des conditions initiales, (de l'opérateur de contrainte λQ) et des fonctions propres associées $|i\rangle$ pourrait influencer fortement le développement initial des instabilités. En effet dans le chapitre précédent nous avons remarqué que les résultats étaient assez sensibles à la forme du noyau en ce qui concerne les taux d'instabilité (Cette caractéristique était due à la contribution des modes de surface).

Afin de tester l'importance du choix de la matrice densité initiale nous avons procédé à différents calculs correspondant à différents choix possibles pour l'opé-

-teur de contrainte:

Nous avons réalisé un calcul Hartree-fock contraint (CHF) avec un opérateur monopolaire $Q(r)$. Cependant il n'est pas aisé de choisir un opérateur qui puisse produire une grande gamme de profil de densité dans la région instable. Par exemple un opérateur

$$\lambda Q(r) = \lambda r^2 e^{-r/r_0},$$

est un opérateur raisonnable pour préparer la source à relativement basse densité. Malheureusement ce type de contrainte ne permet pas d'atteindre des régions à très basse densité, lorsque le facteur λ devient trop important le mode $L=0$ est instable, et le calcul HF converge sur des solutions avec un trou au centre. Dans notre cas, le mode $L=0$ n'est pas le premier instable et donc une contrainte monopolaire du type λQ permettra avec un code HF à symétrie sphérique de

¹Comme nous le verrons un plus tard, le choix d'une autre interaction avec une compressibilité de 240 MeV ne va modifier que légèrement les limites d'instabilité d'un noyau et la valeur des taux d'instabilité.

trouver des états stables par rapport à des perturbations monopolaires, mais qui se révéleront instables par rapport aux perturbations octupolaires.

Pour obtenir une densité donnée, il est difficile de déterminer l'opérateur de contrainte à utiliser. Le problème rencontré dans le calcul CHF à basse densité peut nous inciter à réaliser un calcul schématique avec les fonctions propres de l'oscillateur harmonique (HO), dans ce cas alors aucune limite n'est fixée au rayon carré moyen du noyau désiré, il suffira de choisir des fonctions correspondant à un potentiel harmonique $1/2 C r^2$ à faible courbure C pour étudier des noyaux très dilués.

Ce type de calcul correspondrait au choix d'un opérateur de contrainte Q_{ho} tel que:

$$U[\rho] - \lambda Q_{ho}(r) = \frac{1}{2} C r^2 \quad (31)$$

Ceci nous permettra d'étudier une très grande gamme de densité. Dans la figure (5.2), nous présentons la valeur minimum de la fréquence $\omega^2/|\omega|$ pour les modes $L=0,2,3$ pour une source de 40 nucléons en fonction du rayon quadratique moyen. Cette valeur correspond pour une multipolarité donnée, au mode à plus basse énergie dans la région stable ou au plus instable dans la région spinodale. Ces valeurs ont été obtenues en résolvant numériquement l'équation (29) en fonction du rayon carré moyen $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ à température nulle. Lorsque le minimum de $\omega^2/|\omega|$ est négatif cela signifie que le mode k est instable.

Ce type d'analyse permet de visualiser la transition de la région stable à la région instable. Dans le CHF, à mesure que l'on augmente l'amplitude λ de la contrainte l'énergie minimum des modes collectifs diminue, et pour une valeur donnée du rayon carré moyen la fréquence ω_k^L d'un mode k de multipolarité L atteint zéro, puis une valeur complexe. Dès que l'on obtient une mode propre d'énergie nulle ($\omega_k^L = 0$) cela signifie que la symétrie sphérique va être spontanément brisée et que le noyau peut subir une déformation $\delta\rho \propto f_l(kr)\tilde{Y}_{lm}$.

Qualitativement les deux calculs (CHF et HO) nous prédisent le même comportement, le mode $L=3$ est le premier instable, et les autres modes multipolaires atteignent progressivement la région instable à mesure que le rayon carré moyen augmente $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$.

Remarque: Le fait que le mode $L=3$ soit le premier instable est typiquement un effet de couche. Cet effet n'est pas uniquement dû à la forme des relations de dispersion dans la matière infinie: En effet dans notre approche semi-classique du chapitre 4, les modes $L=2$ et $L=3$ devenaient instables quasiment à la même densité. Les modes collectifs de parité négative (L impair) sont ici issus des transitions particule-trou espacés au minimum de $1 \hbar\omega$. Alors que les modes pairs issus des transitions particule-trou espacés au minimum de $2 \hbar\omega$. C'est pourquoi l'énergie des modes quadrupolaires est environ deux fois supérieure aux modes octupolaires, et ces derniers atteignent plus facilement la limite où il existe un mode d'énergie nulle.

Il existe des différences quantitatives entre les deux calculs. Ainsi dans l'oscillateur harmonique l'instabilité apparaît pour un rayon carré de l'ordre de $3.6 fm$ alors qu'elle apparaît dans le calcul HF à environ $3.9 fm$. Toutefois à plus basse densité le mode octupolaire atteint un taux d'amplification de l'ordre de $0.03 fm/c$ dans les deux calculs. Les autres modes multipolaires deviennent ensuite instables à plus basse densité. Comme nous l'avons déjà souligné nous ne pouvons pas réaliser des calculs HF pour $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ supérieur à $4.1 fm$ avec la contrainte choisie. Dans la partie inférieure de la figure (5.2), sont représentés à titre illustratif les profils de densité pour des noyaux stables (en trait plein) et instables (en pointillé).

Cette comparaison permet de se convaincre que l'oscillateur harmonique constitue un exemple tout à fait représentatif pour étudier les instabilités d'une source nucléaire à basse densité.

Cependant la représentation de l'oscillateur harmonique n'est peut-être pas très réaliste dans les sens où les orbitales au dessus de la mer de Fermi se répartissent à espaces d'énergie réguliers jusqu'à l'infini du fait du potentiel harmonique. Dans un noyau plus réaliste la densité de niveau augmente à mesure que l'on s'éloigne du niveau de Fermi, pour finalement former un continuum d'états excités. Nous avons vu que la transition vers l'instabilité était tout à fait comparable dans l'oscillateur harmonique et dans le CHF, qu'en est-il à très basse densité ?

Afin de répondre à cette question nous avons réalisé des calculs avec des noyaux du type "Wood-Saxon" (WS). Plus précisément nous avons choisi une densité d'essai $\tilde{n}(r)$ ayant un profil de Fermi: $\tilde{n}(r) = \frac{\tilde{n}_0}{1 + e^{(r-R)/a}}$.

Nous avons ensuite construit le potentiel V associé grâce au champ moyen U : $V = U[\tilde{n}]$, et nous avons construit les états associés à ce potentiel.

Dans la figure (5.3) nous avons représenté la relation de dispersion obtenue pour $A=40$ (à gauche) et $A=140$ (à droite) en utilisant les fonctions propres de l'oscillateur harmonique (ligne continue) et celles du potentiel de Wood-Saxon (en pointillé) donnant des sources avec la même densité centrale. Les formes de densité correspondantes sont présentées dans la partie supérieure. La température a été fixée à $T = 3 MeV$. Pour chaque valeur de L , le taux d'instabilité $|\omega_L(k)|$ est présenté en fonction du nombre d'onde radial k . Comme au chapitre précédent, nous pouvons observer que pour un L donné, l'énergie de surface associée aux propriétés quantiques du système et la portée des interactions stabilisent les modes à grand k . Ceci indique que, jusqu'à des densités raisonnables, les perturbations induisant plus d'une oscillation radiale ne sont pas instables.

Pour les modes multipolaires les plus instables, les maxima d'instabilité sont très proches pour les deux potentiels contraints. Il existe de légères différences entre les deux relations de dispersion obtenues avec les deux approches : notamment la structure en k est assez différente, en raison de la forme très dissemblable des

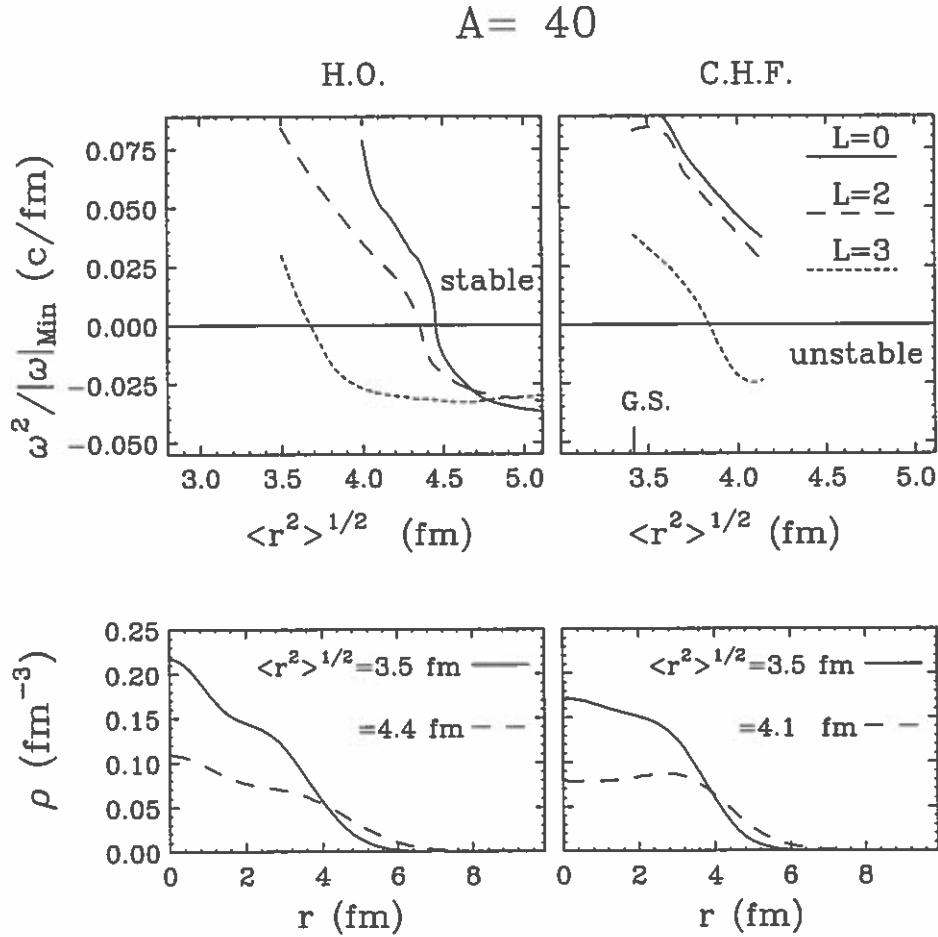


Figure 5.2: En haut : valeur minimum de $\omega_L^2/|\omega_L|$ (correspondant aux modes radiaux de plus basse énergie ou les plus instables) pour le noyau $A=40$. Comparaison entre l'oscillateur harmonique (en haut à gauche) et un calcul Hartree Fock avec contrainte (en haut à droite) pour une source $A=40$. En bas, les densités associées respectivement au calcul CHF (à gauche) et oscillateur harmonique (à droite) pour différents rayons quadratiques. Le paramètre r_0 pour l'opérateur de contrainte a été fixé à 5 fm.

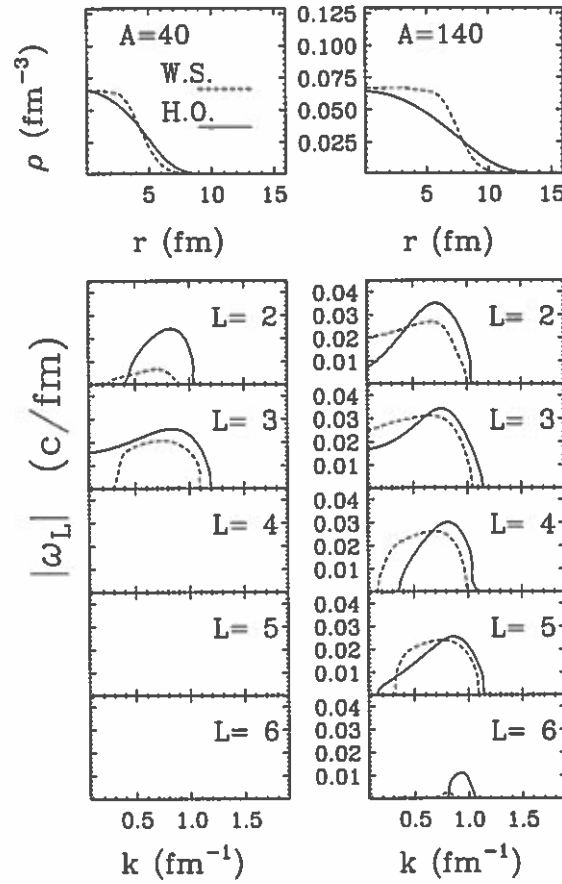


Figure 5.3: En bas, relation de dispersion pour deux noyaux à basse densité en fonction à une température de 3 MeV. Les calculs ont été réalisés à partir des fonctions propres de l'ocillateur harmonique (ligne continue), et d'un potentiel de Wood-Saxon (ligne pointillée) à la même densité centrale. En haut densité des noyaux étudiés.

sources étudiées. Comparativement, les modes les moins instables sont en général plus stables dans le calcul WS ($L=2$ pour $A=40$, et $L=6$ pour $A=140$) que dans l'oscillateur harmonique : la forme très compacte des noyaux Wood-Saxon étudiés est moins favorable aux instabilités que l'oscillateur harmonique qui possède une surface très diffuse.

Les calculs semi-classiques du chapitre précédent ont montré que la forme de la surface du noyau avait une grande influence sur le développement des instabilités (figure 4.4), par contre ce calcul quantique indique que des systèmes avec des diffusivités très différentes conduisent à des relations de dispersion semblables: les même modes sont excités avec des taux $|\omega_k^{Max}|$ très proches.

5.4.2 Rôle de la température

La figure (5.4) illustre le rôle de la température au coeur de la région spinodale : les taux d'instabilité des modes radiaux les plus instables ont été tracés en fonction de leur multipolarité. Les taux d'instabilité diminuent progressivement à mesure que l'on augmente la température.

Dans la figure (5.5), nous avons illustré l'effet de la température sur la transition des modes quadrupolaires et octupolaires vers l'instabilité pour les systèmes $A = 40$ et $A = 140$, utilisant les fonctions propres de l'oscillateur harmonique. Comme nous pouvions l'imaginer, la température a tendance à diminuer les taux d'instabilité, cependant elle ne lave pas la différence entre les modes quadrupolaires et octupolaires: En effet le mode $L=3$ précède toujours le mode $L=2$ dans la région instable.

Nous pouvons visualiser sur la figure (5.5) la région de transition stabilité-instabilité pour les modes $L=2$ et $L=3$. L'augmentation de température ne change pas le fait que, à mesure que la densité diminue l'instabilité apparaît d'abord sur les modes $L=3$ pour les noyaux $A=40$ et $A=140$. Ce qui indique que cet effet de couche est très robuste.

5.4.3 Rôle de l'interaction coulombienne

Nous avons étudié l'influence de l'interaction coulombienne dans le chapitre précédent. Nous avons conclu que cette interaction devait stabiliser légèrement les modes de grande longueur d'onde. Nous pouvons étudier cet effet d'une façon plus précise dans notre formalisme. Il est possible de calculer la contribution coulombienne à la variation du potentiel HF:

$$\delta h(\mathbf{r}) = \delta U(\mathbf{r}) + \delta U^C(\mathbf{r}) \quad (32)$$

Le terme coulombien prend la forme suivante:

$$\delta U^C(\mathbf{r}) = \int \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta \rho_p(\mathbf{r}') d^3 r' - \frac{1}{3} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/3} e^2 \rho_p^{-2/3}(\mathbf{r}) \delta \rho_p(\mathbf{r}), \quad (33)$$

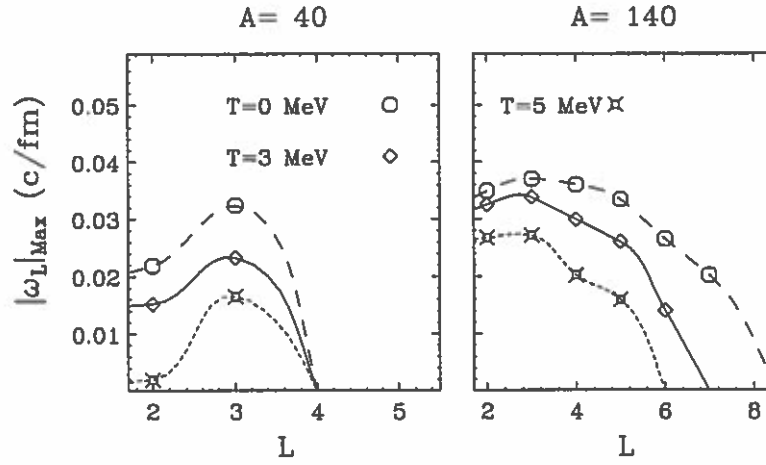


Figure 5.4: Relation de dispersion pour deux noyaux à basse densité en fonction de la température. Les calculs ont été réalisés à partir des fonctions propres de l'oscillateur harmonique.

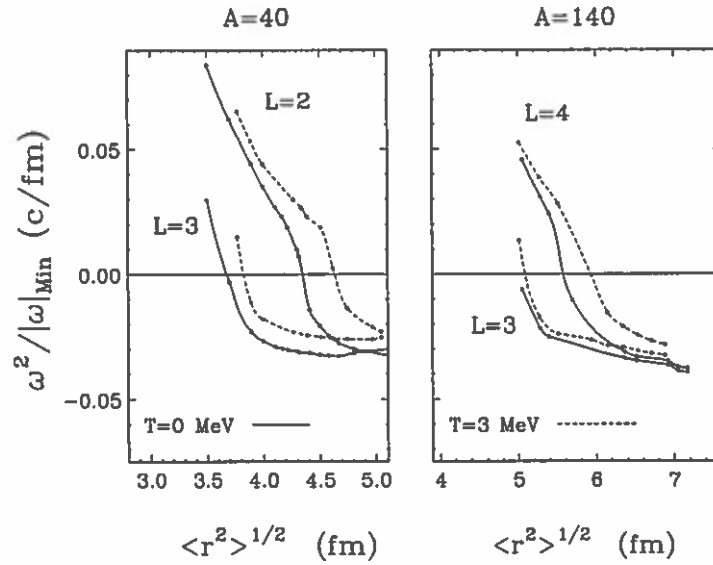


Figure 5.5: Valeur minimum de $\omega_L^2/|\omega_L|$ (correspondant aux modes radiaux les moins stables) pour des noyaux $A=40$ et $A=140$ à $T=0$ MeV et $T=3$ MeV. La température diminue le taux d'instabilité des modes de champ moyen, quelle que soit la température le mode $L=3$ précède tous les autres dans la région d'instabilité.

où le deuxième terme est l'approximation de Slater au terme d'échange.

$$\frac{\alpha}{K} = \left[\sum_{proton} \frac{\langle i | \delta U + \delta U^c | j \rangle}{\hbar\omega - \epsilon_i + \epsilon_j} (\rho_j - \rho_i) + \sum_{neutron} \frac{\langle i' | \delta U | j' \rangle}{\hbar\omega - \epsilon_{i'} + \epsilon_{j'}} (\rho_j - \rho_i) \right] \cdot \langle j | G | i \rangle \quad (34)$$

Pour des orbitales de protons et de neutrons dégénérées en énergie et pour des noyaux symétriques ($N=Z$), la formule précédente se réduit à l'équation (27) en remplaçant $G(\mathbf{r})$ par:

$$G'(\mathbf{r}) = \frac{1}{\alpha} \left(\delta U(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \delta U^c(\mathbf{r}) \right) \quad (35)$$

Dans la figure (5.6) certains modes multipolaires ont été calculés avec et sans la contribution coulombienne pour $A=40$ et $A=140$ (avec les fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique) pour des modes isoscalaires: $\delta\rho_p = \delta\rho/2$. La valeur minimum $\omega^2/|\omega|$ a été tracée en fonction du rayon carré moyen et l'on remarque que l'interaction a très peu d'effet. Cette interaction stabilise légèrement les modes, essentiellement dans la région de transition stabilité-instabilité. Le mode $L=0$ est en général le plus affecté.

5.4.4 Effet de la portée des forces

Comme nous l'avons discuté à de nombreuses reprises la non-localité des forces désavantage le développement des modes de petite longueur d'onde. Dans une approche quantique l'énergie de surface contenue implicitement dans le terme d'énergie cinétique $\frac{\hbar|\nabla\phi|^2}{2m}$ contribue également fortement à stabiliser les modes de petite longueur d'onde.

Dans la figure (5.7) nous avons illustré le rôle de la portée des forces. Non seulement l'inclusion du terme $c\nabla^2\rho$ dans le champ moyen diminue le taux d'instabilité de tous les modes et surtout les modes de grande multipolarité comme nous pouvons le voir sur les noyaux $A=40$ et $A=140$.

5.5 Transition des modes de surface aux modes de volume

Dans tous les calculs précédents nous n'avons pas donné d'information sur la nature des modes les plus instables. Et nous nous sommes contentés de reporter le taux d'instabilité du mode radial le plus instable, ou la valeur minimum de la quantité $\omega^2/|\omega|$. En fait, quelle que soit la représentation utilisé (HO, WS ou CHF) près de l'état fondamental le mode collectif à plus basse énergie est d'abord un mode de surface : le nombre d'onde k radial du facteur de forme $f_L(kr)$

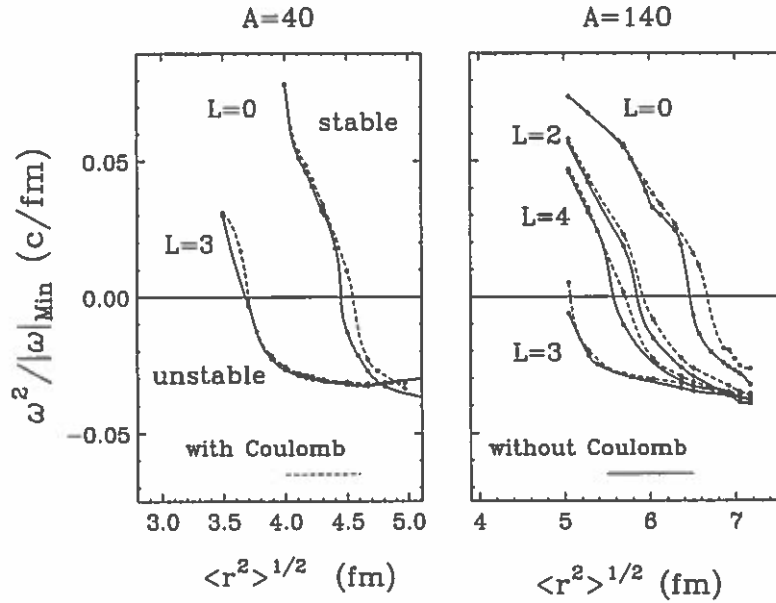


Figure 5.6: Valeur minimum de $\omega_L^2/|\omega_L|$ pour quelques modes dans les noyaux $A = 40$ (à gauche) et $A = 140$ (à droite) en fonction du rayon quadratique moyen calculé avec l'interaction coulombienne (ligne pointillée) et sans (ligne continue). Les calculs ont été réalisés avec les fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique.

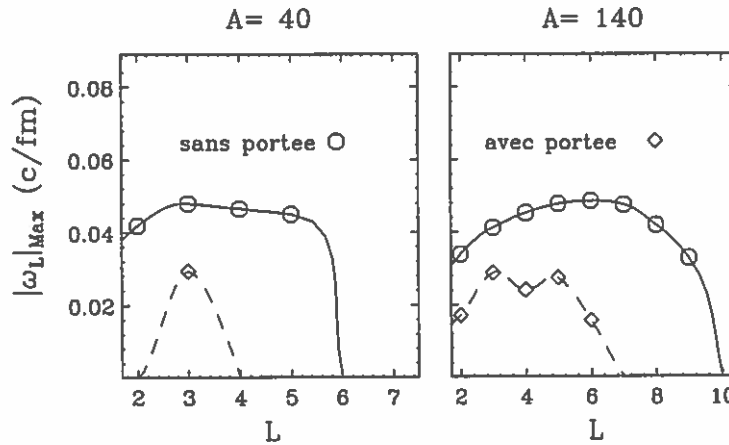


Figure 5.7: Relation de dispersion pour deux noyaux $A=40$ et $A=140$ à basse densité avec et sans le terme $c\nabla^2\rho$ dans le champ moyen. L'énergie de surface associée à ce terme diminue l'instabilité du noyau considéré. (Calculs réalisés avec une force donnant une compressibilité de 240 MeV voir paragraphe suivant).

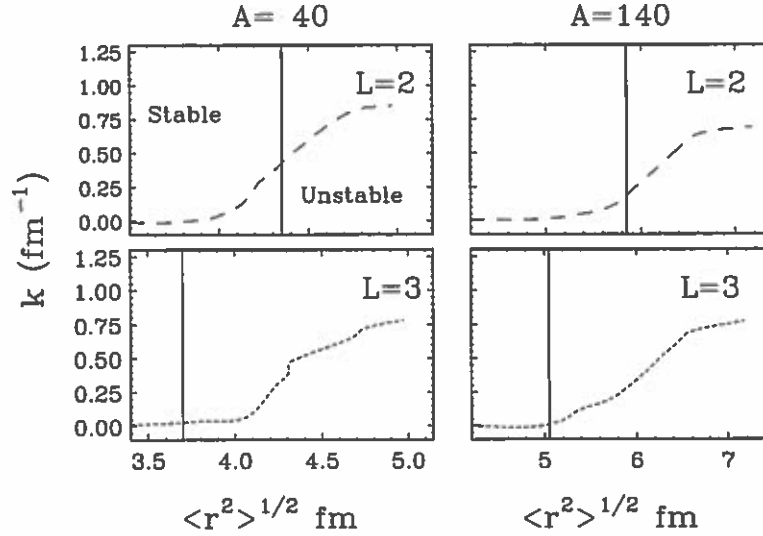


Figure 5.8: Nombre d'onde radial k correspondant au mode le plus instable (c-a-d correspondant à la valeur minimum de $\omega_L^2/|\omega|$) en fonction du rayon quadratique moyen pour les noyaux $A=40$ et $A=140$. La limite de stabilité a été indiquée par une barre verticale. Les calculs ont été réalisés avec les fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique.

correspondant à $\omega^2/|\omega|_{Min}$ est très faible ($k < 0.01 \text{ fm}^{-1}$). Ce qui indique que le mode est piqué à la surface du noyau. A mesure que l'on augmente le rayon quadratique moyen les modes de grand k deviennent de plus en plus instables et il finissent par dominer les modes de surfaces (voir figure 5.8). Notons également que la transition stabilité-instabilité, ne se produit pas à la même densité que la transition "surface-volume". Cette transition des modes de surfaces aux modes de volume est particulièrement instructive. En réalité, les instabilités RPA sont des instabilités "locales" qui correspondent au fait que le noyau sphérique est instable et qu'il veut sans doute évoluer vers un état déformé. Une instabilité de surface de multipolarité L peut très bien mener le noyau à réorganiser ses orbitales externes pour former un état stable déformé. Cependant, lorsque les modes de volume deviennent largement instables, la structure interne du noyau est affectée et l'on peut escompter que le noyau va se briser en plusieurs fragments ...

5.6 Limite d'instabilité d'un noyau isolé

Les calculs de ce paragraphe ont été réalisés avec une force donnant un module d'incompressibilité plus réaliste : on a choisi $\sigma = 1/6$ à $t_0 = -2960 \text{ MeV fm}^3$

et $t_3 = 18980 \text{ MeV fm}^2$. Ces paramètres donnent une densité de saturation de 0.16 fm^{-3} et un module d'incompressibilité de 240 MeV. Le facteur $c = -126 \text{ MeV fm}^5$ est égale au terme correspondant de la force "Skyrme 3". Les résultats des paragraphes précédents ne sont pas modifiés par l'emploi d'une telle force. La seule différence est que la température critique de la matière nucléaire avec cette nouvelle force se situe à 17 MeV alors que l'autre conduit à une valeur de 25 MeV.

Dans les calculs à haute température nous avons pris en compte 156 orbitales, soit 12 couches majeures pour l'oscillateur harmonique.

5.6.1 Le concept de température limite

Les conditions d'équilibre liquide-gaz entre une vapeur de nucléons et les noyaux ont été étudiées dans différents formalismes (goutte liquide chaude [LEV85] et calcul microscopique [BON84]). Il s'avère qu'au dessus d'une température limite, il ne peut plus avoir d'équilibre entre le noyau et sa vapeur de nucléons. Cette température "limite" n'est pas reliée à la température critique de la transition liquide-gaz de la matière infinie. En effet, pour un champ moyen donnant une température critique de 17 MeV, la température limite se situe à environ 6 MeV. Cette température limite, au dessus de laquelle un noyau ne peut coexister en équilibre avec sa vapeur, dépend beaucoup de l'inclusion du potentiel coulombien: En effet, dans un noyau dont l'interaction coulombienne a été débranchée, il est possible de trouver des solutions aux équations de coexistence liquide-gaz jusqu'à la température critique T_c de la matière infinie. La référence [LEV85] argumente que, cette température limite devrait sans doute être connectée à la limite de stabilité d'un noyau isolé, et que le noyau devrait se briser en de nombreux fragments au dessus de cette température limite. L'approche développée dans les paragraphes précédents va nous permettre d'étudier les modes d'instabilités à haute température.

Dans le cas d'un système ouvert, la notion de coexistence liquide-gaz est plus délicate: Les nucléons évaporés sont émis et n'interagissent plus avec le noyau. Notre calcul RPA peut constituer un bon moyen de tester le comportement d'un noyau isolé loin de l'équilibre dans tout le diagramme de phase. Nous pourrions situer ainsi la température au-delà de laquelle il ne peut plus y avoir de transition liquide-gaz, au sens d'une absence d'instabilité pouvant former des fragments.

5.6.2 Explosion thermique d'un noyau

A très haute température, il semble peu raisonnable d'utiliser les orbitales obtenues à $T = 0$ avec un nombre d'occupation grand canonique.

En effet sous l'effet de la pression thermique le noyau va gonfler et changer de façon notable la valeur du champ moyen self-consistent. Il est préférable d'utiliser

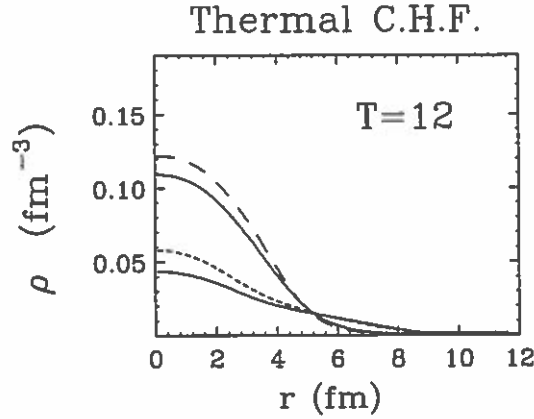


Figure 5.9: *Calcul Hartree Fock sans coulomb à haute température avec différentes contraintes λr^2 : aucune de ces configurations n'est instable vis à vis des modes multipolaires.*

le champ moyen à partir de la densité calculé à une température donnée:

$$\rho(r) = \sum_i \frac{|\phi_i(r)|^2}{1 - e^{\frac{\epsilon_i - \mu}{T}}} \quad (36)$$

Comme l'ont démontré des calculs TDHF [VAU87] une source nucléaire préparée à des températures de l'ordre de 12 MeV peut exploser sous l'effet de la pression thermique.

Il serait intéressant d'observer comment un tel système en expansion pourrait briser sa symétrie sphérique, cette étude a d'ailleurs été suggérée dans la référence [VAU87]. Nous aurions pu utiliser un code TDHF et étudier la stabilité RPA de la source à certains instants. Nous avons préféré utiliser un calcul HF contraint par un opérateur $Q = +\lambda r^2$, et à mesure que l'on diminue la contrainte le système nucléaire va s'étaler radialement. Les fonctions d'onde obtenues pour différentes contraintes peuvent être interprétées comme les fonctions d'ondes d'un système en expansion à différents instants. Dans la figure (5.9) nous illustrons quelques une des configurations HF obtenues pour un noyau chauffé à 12 MeV.

La température critique de la transition liquide-gaz se situant à 17 MeV pour le champ moyen utilisé. Nous escomptions à un instant (une contrainte) donné(e) atteindre la spinodale et découvrir des configurations instables vis à vis des modes de champ moyen. En fait à cette température nous n'avons pas découvert de région d'instabilité multipolaire. Ce qui indique qu'un noyau chauffé à cette température n'aurait d'autre solution que de se vaporiser complètement et ne pourrait pas former de fragments par un mécanisme de décomposition spinodale. Certes notre approche simulant une expansion isotherme ne permet pas d'appréhender le refroidissement sans doute assez rapide d'une source très excitée dans un processus complexe mêlant évaporation et expansion.

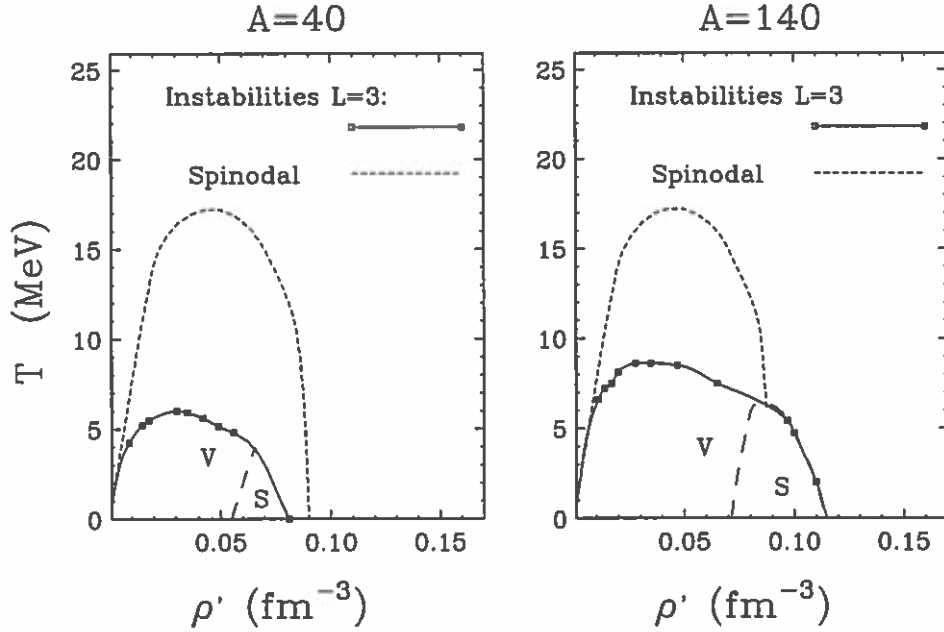


Figure 5.10: Limites de la région d'instabilité $L=3$, pour les noyaux $A=40$ (à gauche) et $A=140$ (à droite) calculés avec les fonctions de l'oscillateur harmonique, sans inclusion des termes coulombiens. Nous avons signalé à titre indicatif la limite de la région spinodale dans une matière infinie ayant le même champ moyen (en tirets). Nous avons également indiqué (par un "S" et un "V") les régions correspondant respectivement à des instabilités de surface et de volume pour l'oscillateur harmonique.

Cependant, ce calcul est en contradiction avec l'image commune que le noyau, jusqu'à une certaine température, peut décroître par évaporation et qu'au-delà de cette limite il va se briser en de nombreux fragments. Sur la base de ce travail nous pouvons affirmer qu'à haute température les instabilités de champ moyen ne peuvent pas être responsables de la formation de fragments.

5.6.3 Limite de spinodale pour un système fini

Afin de comprendre les résultats précédents, nous avons cherché à tracer les limites au-delà desquelles il n'existe pas d'instabilité de champ moyen.

Dans la figure (5.10) nous avons tracé les limites de la région d'instabilité $L=3$ pour deux sources de 40 et 140 nucléons en fonction de T et d'une densité effective ρ' qui a été définie comme la densité d'un système uniforme ayant le même rayon carré moyen que les systèmes étudiés. Le mode octupolaire est le premier à être instable à basse densité et le dernier qui survit à haute température. Ce schéma représente donc l'analogie du diagramme des phases pour un système fini, et

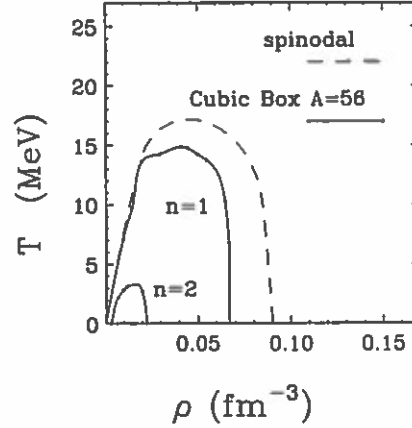


Figure 5.11: illustration des effets de taille finie. Comparaison des limites d'instabilité pour un système infini (tirets) et limite d'instabilité pour une boîte de côté L composé de 56 particules avec des conditions au bord périodiques (le calcul RPA dans une boîte cubique est présenté dans l'annexe B. Les limites de stabilité des modes de longueur d'onde $\lambda_1 = L$ et $\lambda_2 = L/2$ sont présentés.)

la région d'instabilité octupolaire délimite la région spinodale pour les sources considérées. Nous pouvons d'abord remarquer que la température correspondant au sommet de la région spinodale (appelons la T_s) est de très loin inférieure à la température critique T_c de la matière infinie. En effet T_s est de l'ordre de 6 MeV pour la source de 40 nucléons, et de 8 MeV pour la source de 140 nucléons, alors que T_c est d'environ 17 MeV pour la matière infinie. Lors d'une expansion d'un noyau, à basse température les premiers modes instables sont des modes octupolaires de surface, alors qu'à plus haute température les premiers modes instables sont des modes de volume (voir figure 5.10).

Cette importante réduction de la région spinodale est pour une part liée à un effet de taille finie. Pour démontrer cela, nous avons étudié les instabilités d'un petit morceau de matière nucléaire. En effet, sur la figure (5.11) on peut observer que le domaine d'instabilité pour des modes de longueur d'onde finie dans un système cubique d'arête L composé de 56 particules (avec des conditions aux bord périodiques) peut être très réduit par rapport à la spinodale pour la matière infinie (tirets): la limite de la spinodale de longueur d'onde égale à la taille de la boîte se situe à une température de 14 MeV, tandis que pour le mode de longueur d'onde $L/2$, la limite se situe à $T \approx 3 \text{ MeV}$. Ceci démontre que les effets de taille finie peuvent être très importants pour certains modes dans ce système cubique.

L'effet de taille finie n'est pas le seul induisant la limitation en température de la région spinodale. La forme de la surface a également une contribution non négligeable. En effet, en effectuant le calcul pour une source nucléaire de source plus compacte que l'oscillateur harmonique nous pouvons trouver des valeurs de

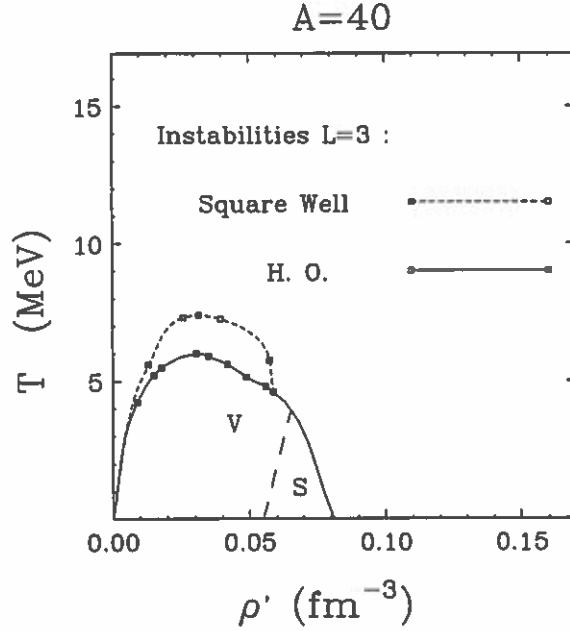


Figure 5.12: Limites de la région d'instabilité $L=3$, pour un noyau $A=40$ avec les fonctions de l'oscillateur harmonique (ligne continue) et avec les fonctions d'onde du puit carré (en tirets), sans inclusion des termes coulombiens.

T_s supérieures. Ainsi nous avons également représenté, sur la figure (5.12), la limite d'instabilité octupolaire pour une source calculée à partir des fonctions d'onde du puit carré. La température T_s est d'environ 8 MeV pour ce type de source alors qu'elle est de 6 MeV pour un oscillateur.

Comme le signale la référence [LEV85], la température limite au-delà de laquelle il ne peut plus y avoir d'équilibre entre un noyau et un gaz de nucléons dépend fortement de l'inclusion de l'interaction coulombienne. Nous avons donc inclus le potentiel coulombien dans le calcul RPA. Pour un noyau isolé la température T_s au-delà de laquelle il ne peut plus y avoir de décomposition spinodale ne dépend pas de l'inclusion de l'interaction coulombienne comme nous pouvons le remarquer sur la figure (5.13).

Pour les calculs à haute température la présence ou non d'un continuum d'états excités pourrait avoir une importance bien que ce n'était pas le cas à des températures modérées (entre 0 et 3 MeV, voir comparaison figure (5.3) HO et WS). Nous pouvons remarquer sur la figure (5.13) que T_s pour une source de 40 nucléons calculée à partir des fonctions propres d'un potentiel Wood-Saxon est de l'ordre de 6 MeV comme pour l'oscillateur harmonique.

Nous pouvons donc retenir que pour une source nucléaire isolée, la température T_s au-delà laquelle elle ne peut subir un processus de décomposition spinodale peut être très inférieure à la température critique de la matière infinie. contraire-

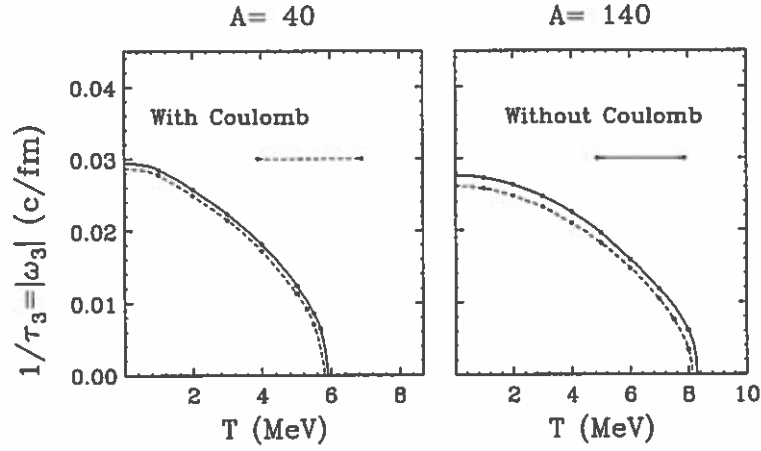


Figure 5.13: Rôle de l'interaction coulombienne pour les bords de la région spinodale à haute température. Evolution du taux d'instabilité du mode $L=3$ le plus instable en fonction de T pour des oscillateurs $A=40$ et $A=140$ au coeur de la région spinodale.

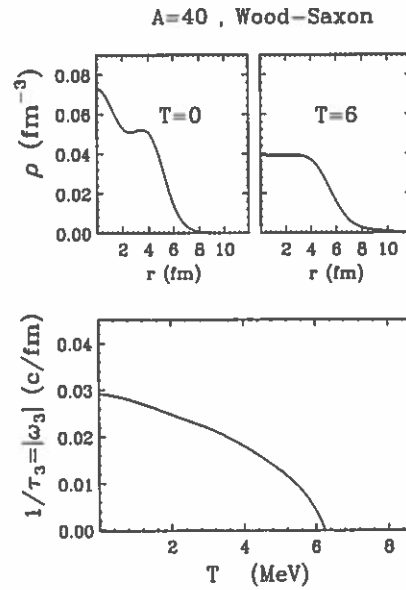


Figure 5.14: test de l'effet d'un continuum d'état sur le taux d'instabilité à haute température. Evolution du taux d'instabilité du mode $L=3$ le plus instable en fonction de la température (en bas) pour un calcul Wood-Saxon dont le profil est présenté pour deux températures (0 et 6 MeV).

ment à la température limite définie dans les publications [LEV85] et [BON84], T_s ne dépend pas de l'interaction coulombienne. Par contre, T_s dépend à la fois de la forme de la source nucléaire (et donc par conséquent de la dynamique de la source qui va être amenée dans une région donnée du diagramme de phase) et de la taille de la source. En résumé, **au-delà d'une certaine température de l'ordre de 6-8 MeV les systèmes nucléaires ne peuvent plus former de fragments par un mécanisme mettant en jeu le champ moyen (décomposition spinodale).**

5.7 Conclusion

En conclusion, nous avons étudié avec un calcul RPA les instabilités de noyaux à basse densité. Les résultats obtenus pour le noyau de ^{40}Ca sont en accord avec ceux de la référence [VAU86]. De plus, nous avons clarifié l'étude du chapitre précédent.

Dans ce chapitre nous avons étudié des noyaux ayant des formes très différentes (HO et WS), cependant on a noté que les temps d'instabilité restent très comparables. La diffusivité de la surface du noyau ne joue donc pas un grand rôle dans cette approche quantique contrairement au résultat du calcul variationnel du chapitre 4.

Notons que pour le système $A=140$, les modes $L = 2, 3, 4, 5$ sont largement instables. De plus, les valeurs des taux d'instabilité maximum sont très proches pour les différentes multipolarités comme dans l'approche semi-classique.

Les propriétés quantiques sont responsables d'une grande part de l'énergie de surface du noyau, ceci contribue à notablement diminuer les taux d'instabilité par rapport à ceux des approches semi-classiques. A très basse densité les taux d'instabilité n'excèdent jamais $0,04 fm/c$ alors que la méthode variationnelle, nous donnait des valeurs maximales de l'ordre de $0.07 fm/c$.

Par ailleurs nous avons pu observer qu'en diminuant la densité des noyaux on observait une transition des modes de surface aux modes de volume.

Les effets de couches induisent des effets non triviaux. Ainsi, à mesure que l'on diminue la densité, le premier mode avec une parité négative ($L=3$) devient instable plus tôt que les autres modes.

A basse densité, c'est-à-dire loin de la région de transition stabilité-instabilité, les résultats sont qualitativement en accord avec les relations de dispersion pour les mode de volume du chapitre 4.

Les calculs RPA présentent l'avantage d'être facilement généralisables à température finie. Et nous avons pu ainsi définir le diagramme de phase d'une source nucléaire donnée. Nous avons pu remarquer que pour les deux systèmes $A=40$ et

$A=140$, la région d'instabilité $L=3$ est très étendue dans le diagramme $(T - \rho)$ beaucoup plus que celles associées aux autres modes. La température T_s au-delà de laquelle il ne peut se produire de décomposition spinodale dépend de la masse de la source considérée et de sa forme, par contre elle dépend faiblement des forces coulombiennes; T_s est située entre 6 et 10 MeV. Cette température est beaucoup plus basse que la température critique de la matière infinie et elle n'a rien à voir avec la température limite de références [LEV85] et [BON84]. Cette température pourrait avoir de fortes conséquences sur les résultats expérimentaux...

Conclusion

Whatever it is, I'm against it.
Groucho Marx

L'objectif de cette thèse était d'étudier la décomposition spinodale dans le cadre de la physique nucléaire. Ce type de transition de phase du premier ordre pourrait être un mécanisme responsable de la multifragmentation observée dans les collisions noyau-noyau aux énergies intermédiaires.

Une décomposition spinodale dans un fluide classique conduit un système uniforme à amplifier des fluctuations de densité pour former des domaines de haute densité séparés par des régions de plus basse densité. La première phase de la dynamique correspond une amplification exponentielle des fluctuations de densité, elle favorise l'émergence de domaines d'une taille particulière qui est reliée à la longueur d'onde λ_{max} des modes les plus instables. Ensuite, des phénomènes plus complexes peuvent apparaître suivant la nature du fluide...

Les propriétés de l'interaction nucléon-nucléon ont depuis longtemps suggéré que le diagramme de phase de la matière nucléaire devrait être de type liquide-gaz. Un noyau subissant une expansion provoquée par une phase initiale de compression devrait rencontrer la région d'instabilité spinodale et se décomposer comme un fluide classique en formant des fragments.

Grâce à la théorie de Landau des liquides de Fermi, Heiselberg, Pethick et Ravenhall [HEI90, HEI88, PET88] ont dérivé par une analyse en réponse linéaire les taux d'instabilité des différents modes dans la matière infinie. Ils ont également ébauché les conséquences d'une décomposition spinodale dans une réaction nucléaire. La première question que nous nous sommes posés se situe au niveau de la validité des approximations de champ moyen : dans quelle mesure les théories de champ moyen comme la théorie de Landau des liquides de

Fermi peuvent donner de bonne réponse dans le contexte très particulier d'une décomposition spinodale ?

En effet, lors d'une décomposition spinodale de grandes fluctuations de densité apparaissent et les approximations de champ moyen pourraient conduire à des résultats erronés. Malheureusement, pour un fluide quantique comme la matière nucléaire, les modèles théoriques utilisés reposent sur des approximations de champ moyen, nous ne pouvions donc pas les utiliser pour tester la validité de ce genre d'approximation.

Nous avons donc entrepris l'étude générale d'une décomposition spinodale dans un fluide classique, car en mécanique classique, la résolution numérique du problème à N-corps est possible grâce à des calculs de dynamique moléculaire. Ainsi, dans le chapitre 2, en réalisant une expérience numérique en dynamique moléculaire nous avons pu tester la validité des théories de champ moyen dans la région spinodale d'un fluide classique. Nous avons également vérifié que les simulations de champ moyen stochastiques constituaient de bonnes approches pour appréhender toute la dynamique d'une transition de phase du premier ordre.

En ce qui concerne la première phase de la dynamique de la décomposition, nous avons démontré que la formation de domaines liquides dans un environnement gazeux pouvait être interprétée comme l'apparition de modes instables de son-0. Nous avons démontré que la réponse linéaire d'une équation de type Vlasov permettait de prédire les taux initiaux d'amplification exponentielle (c'est-à-dire les relations de dispersion) des modes instables.

Nous nous sommes demandés au chapitre 3, si l'étude de la dynamique des premiers instants de la décomposition spinodale permettait de prédire les propriétés des fragments finaux. Dans un calcul Vlasov dans des boîtes de matière nucléaire nous avons observé une grande régularité dans les processus spinodaux. En effet, nous avons montré que, systématiquement, les modes de longueur d'onde proche de λ_{max} qui émergeaient très tôt, allaient dominer toute la dynamique jusqu'à la formation de fluctuations de densité de grande amplitude.

Les chapitres 2 et 3 constituent une justification des méthodes que nous voulions appliquer au cas d'une décomposition spinodale dans un noyau atomique. En effet nous avons établi que, d'une part, les concepts de champ moyen étaient adaptés pour s'appliquer au contexte spinodal, d'autre part, que les approches en réponse linéaire et le calcul des relations de dispersion permettaient de prédire les principales caractéristiques des fragments primaires issus de ces processus.

Dans les deux derniers chapitres de la thèse, nous avons entrepris le calcul des relations de dispersion des modes isoscalaires de noyaux sphériques préparés à basse densité, et nous avons testé leur stabilité vis à vis de perturbations multipolaires de type $j_l(kr)Y_{l0}$ dans des approches utilisant des équations de champ moyen et la réponse linéaire.

Dans le chapitre 4, utilisant la densité d'énergie Thomas-Fermi statique et un principe variationnel nous avons calculé les taux d'amplification des modes multipolaires de volume à température nulle. Malheureusement, pour des raisons analytiques, les calculs de type Thomas-Fermi sont difficilement extensibles à une grande gamme de températures. De plus, cette approche semi-classique constitue une approximation hydrodynamique peu fiable pour les modes affectant la surface du noyau.

De ce fait, afin d'étayer les résultats obtenus et de les généraliser à température finie, nous avons, au chapitre 5, procédé à un calcul quantique des relations de dispersion basé sur la linéarisation de l'équation TDHF. Comme principal résultat, nous pouvons retenir que des noyaux préparés à des densités de l'ordre du tiers de la densité de saturation sont instables vis à vis d'un grand nombre de modes multipolaires créant une oscillation radiale de densité. Par exemple, pour une source nucléaire de 200 particules, les modes $L = 2, 3, 4, 5, 6$ sont largement instables.

De plus, les taux d'instabilité maximum associés aux modes de multipolarité L sont à peu près constants jusqu'à une valeur de coupure L_c , au-delà de laquelle tous les modes sont stables. Ce qui laisse envisager que de telles sources puissent se désexciter suivant les différents modes instables $L = 2, 3, \dots, L_c$ avec la même probabilité.

Nous avons également vérifié et expliqué pourquoi l'interaction coulombienne stabilisait légèrement les modes spinodaux.

Par ailleurs, la structure en couches du noyau a la particularité de favoriser les modes de parité négative. En effet, à mesure qu'un noyau se dilate pour rejoindre la région spinodale les premiers modes instables sont les modes octupolaires, bien avant les autres modes. Alors que dans le calcul semi-classique les limites de stabilité de modes $L=2$ et $L=3$ sont très proches.

En traçant le diagramme de phase pour un système fini, nous avons démontré que la région d'instabilité $L=3$ est très étendue dans le plan $(T - \rho)$, beaucoup plus que celles associées aux autres modes. Ainsi les modes octupolaires sont les derniers qui demeurent instables à haute température. Du reste, La température T_s correspondant au sommet de la région d'instabilité $L=3$ est beaucoup plus basse (6-8 MeV) que la température critique de la matière infinie. Cette température T_s dépend de la masse du noyau considéré et de sa forme, par contre elle ne dépend quasiment pas de l'introduction des forces coulombiennes.

Au-dessus de cette température le noyau n'a d'autre choix que de se vaporiser, puisqu'il n'est plus possible de former des fragments par un mécanisme impliquant le champ moyen. Ceci pourrait indiquer qu'il n'est pas possible de trouver des fragments issus de processus spinodaux au-dessus de cette température.

Perspectives...

Au niveau expérimental, des processus de décomposition spinodale n'ont pas encore été clairement isolés dans des collisions noyau-noyau. Cependant, d'encourageantes comparaisons entre des distributions expérimentales de fragment et celles de simulations de type champ moyen stochastique [GUA96, GCC96] ont été réalisées pour des expériences Xe+Sn (40 MeV.A) et Xe+Cu (45 MeV.A). Ces approches de champ moyen stochastique semblent tout à fait adaptées pour réaliser des comparaisons plus détaillées:

En effet, d'une part, nous avons démontré que les approches de champ moyen stochastiques permettaient de reproduire la dynamique d'une décomposition spinodale, d'autre part, à condition d'ajuster correctement l'énergie de surface des systèmes étudiés, les approches semi-classiques permettent d'obtenir des taux d'amplification très proches de ceux obtenus de calculs quantiques au coeur de la région.

Cependant, il se pourrait que dans une décomposition spinodale l'émergence de mode octupolaire soit fortement favorisée. En effet, lors de l'expansion du système ce sont les modes $L=3$ qui vont être instables les premiers. Cette particularité quantique n'est pas reproduite dans des calculs semi-classiques.

Par ailleurs, les approches semi-classiques ne permettent pas de suivre toute la dynamique de la décomposition spinodale, puisque les fragments primaires formés dans ces simulations ne possèdent pas les propriétés quantiques de structure nucléaire et ne vont pas se désexciter d'une façon réaliste.

Etablir de nouvelles méthodes pour appréhender d'une manière unifiée toute la dynamique d'un système nucléaire loin de l'équilibre comme lors d'une décomposition spinodale reste un objectif de tout premier intérêt.

Une extension directe de cette thèse serait d'étudier les modes de décomposition spinodale de grande amplitude. Grâce à une méthode ATDHF, on pourrait déduire une équation pour un mouvement collectif donné. Ainsi en paramétrant la matrice densité selon :

$$\rho(t) = e^{iS(t)} \rho_0 e^{-iS(t)}. \quad (1)$$

On peut obtenir une équation pour le mouvement collectif donné par le potentiel de vitesse S . En posant $S = \alpha j_L(kr) Y_{lm}$ on pourrait par exemple étudier des mouvements de grande amplitude α . Ce formalisme pourrait mettre en évidence le couplage d'un mode multipolaire avec le mouvement monopolaire d'un noyau. La zone la plus intéressante serait, sans doute, la région de transition vers l'instabilité dans le plan monopolaire-octupolaire. Par ailleurs, des extensions de TDHF à trois dimensions, ou des modèles collectifs dépendant du temps (Hamiltonien de Bohr,...) pourraient aussi être envisagés pour décrire la multifragmentation...

Annexe A

Méthode variationnelle

A.1 Théorie de Thomas-Fermi généralisée

Pour dériver¹ la densité d'énergie de Thomas-Fermi généralisé, et notamment la quantité $\tau[\rho]$, il est possible de procéder par de nombreuses méthodes, dont il est difficile de faire le tour en une page, le lecteur intéressé consultera les dizaines de références citées dans [BRA85, RINGa].

La théorie de Thomas-Fermi est un traitement semi-classique du noyau, basée sur l'approximation des particules indépendantes. Soit un système de A nucléons dans un potentiel $V(r)$. Soit $|\phi_i\rangle$ et ϵ_i les fonctions d'ondes et les énergies des nucléons qui nous sont fournis par l'équation de Shrödinger :

$$H|\phi_i\rangle = \left(\hbar^2 \frac{\nabla^2}{2m} + V(r) \right) |\phi_i\rangle = \epsilon_i |\phi_i\rangle \quad (1)$$

La matrice densité du système dans l'espace r s'écrit :

$$\rho(r', r) = \sum_i \phi_i^*(r) \phi_i(r') \quad (2)$$

Définissons maintenant la matrice densité de Bloch :

$$C(r', r; \beta) = \sum_i \phi_i^*(r) \phi_i(r') \exp(-\beta \epsilon_i). \quad (3)$$

Cette quantité peut-être considérée comme une transformée de Laplace de la matrice densité. La théorie de Thomas Fermi consiste à calculer la matrice de Bloch en supposant que le potentiel V varie assez peu sur toute la dimension du noyau, et donc il est possible de réaliser un développement de Taylor autour d'un point r_0 :

$$V(r) = V(r_0) + (r - r_0) \cdot \nabla V|_{r_0} + \dots \quad (4)$$

¹Cette partie est une adaptation de la référence[BRA85]

L'introduction successive des termes du développement permettrait de résoudre perturbativement l'équation de Shrödinger et décrire un développement de la matrice de Bloch sous la forme : $C^0(r, r'; \beta) = C^0 + C^1 + \dots$

Les termes du développement dépendront du point r_0 choisit, mais si r et r' sont suffisamment proche de r_0 et si le développement de V converge rapidement alors il est possible que l'on puisse se contenter du premier terme du développement de C :

$$C(r, r'; \beta) = \lim_{n \rightarrow \infty} C^n \approx C^0 \quad (5)$$

La théorie de Thomas-Fermi se contente du terme C^0 , et les calculs conduisent à :

$$C^{TF} = C^0(r, r'; \beta) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2\beta} \right)^{3/2} \exp(-\beta v(\frac{r+r'}{2})) \exp(-\frac{m}{2\hbar^2\beta}(r-r')^2) \quad (6)$$

En réalisant une transformée de Laplace de la matrice de Bloch, on obtient la matrice densité $\rho_{TF}(r, r')$ et la fonctionnelle $\tau[\rho]$:

$$\tau_{TF}[\rho] = \sum_i^A |\nabla \phi_i(r)|^2 = \nabla_r \cdot \nabla_r' \rho_{TF}(r, r')|_{r=r'} \quad (7)$$

L'idée de Wigner et de Kirkwood revient en fait à développer les termes de la matrice de Bloch autour de la valeur obtenue par la théorie de Thomas-Fermi :

$$C^0(r, r'; \beta) = C^{TF}[1 + \hbar\chi_1 + \hbar^2\chi_2 + \dots] \quad (8)$$

D'où on peut extraire un développement de τ :

$$\tau[\rho] = \tau_{TF} + \tau_2 + \dots = \frac{3}{5} \left(\frac{3}{2\pi^2} \right)^{2/3} \rho^{3/5} + \left(\frac{\nabla \rho}{36\rho} + \frac{\nabla^2 \rho}{3} \right) + \dots \quad (9)$$

Notons que ce type de développement n'est pas justifiable à la surface d'un noyau (où le potentiel varie très rapidement). Les termes τ_n avec $n \geq 6$ divergent près de la surface du noyau pour des densités qui décroissent exponentiellement. Ainsi le développement en \hbar de la densité d'énergie jusqu'à l'ordre 2 (ou 4) doit être considéré plus comme un modèle heuristique donnant des résultats très corrects, plutôt qu'un calcul perturbatif arrêté au deuxième ordre (ou au quatrième).

A.2 Calcul de M_L et C_L

Le calcul de la masse dynamique M_L et de la force de rappel C_L associées au mouvement collectif q_L permet de développer l'énergie sous la forme suivante :

$$E = E_0 + \frac{1}{2} M_L \dot{q}_L^2 + \frac{1}{2} C_L q_L^2 + \dots \quad (10)$$

Soit un mouvement collectif induit par un potentiel de vitesse de la forme suivante :

$$S_L = j_L(kr) Y_{L0}(\theta, \phi) \quad (11)$$

En utilisant les propriétés suivant des fonctions de Bessel sphériques :

$$\nabla^2 j_L Y_{LM} = -k^2 j_L Y_{LM} \quad \text{et} \quad \frac{\partial j_L(kr)}{\partial r} = -k j_{L+1} - \frac{L}{r} j_L \quad (12)$$

On peut expliciter, avec l'équation de continuité, la variation de densité associé à S_L :

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = \delta\rho(\mathbf{r}, t) = \delta\rho(r, t) Y_{L0} = \dot{q}_L Y_{L0} \frac{k}{m} \left(k\rho_0 j_L + (j_{L+1} - \frac{L}{kr} j_L) \frac{\partial \rho_0}{\partial r} \right) \\ + \frac{3t_1 + 5t_2}{8\hbar^2} k \left(k\rho_0^2 j_L + 2(j_{L+1} - \frac{L}{kr} j_L) \rho_0 \frac{\partial \rho_0}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

La masse dynamique peut alors être calculée :

$$M_L = \int d^3r S_L(\mathbf{r}) \delta\rho(\mathbf{r}) \quad (14)$$

Le calcul de la force de rappel est un peu plus long. Il invoque des dérivées fonctionnelles de l'énergie :

$$C_L = \int d^3r d^3r' \left(\frac{\delta^2 E_0}{\delta\rho(\mathbf{r}) \delta\rho(\mathbf{r}')} \right)_{\rho_0} \delta\rho_L(\mathbf{r}) \delta\rho_L(\mathbf{r}') \quad (15)$$

A.2.1 Termes non-coulombiens

Procédons par ordre et décomposons le coefficient C_L , en fonction des différentes contributions à la densité d'énergie $e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 + e_7$:

$$e_1[\rho] = \frac{\hbar^2}{2m} \tau_{TF} + \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{1}{16} t_3 \rho^3 \quad \rightarrow C^1$$

$$e_2[\rho] = \frac{1}{64} (9t_1 - 5t_2) (\nabla\rho)^2 \quad \rightarrow C^2$$

$$e_3[\rho] = \frac{1}{16} (3t_1 + 5t_2) \tau_{TF} \rho \quad \rightarrow C^3$$

$$e_4[\rho] = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{(\nabla\rho)^2}{36\rho} \quad \rightarrow C^4$$

$$e_5[\rho] = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{(\Delta\rho)}{3} \quad \rightarrow C^5$$

$$e_6[\rho] = \frac{1}{36} \frac{1}{16} (3t_1 + 5t_2) (\nabla \rho)^2 \rightarrow C^6$$

$$e_7[\rho] = \frac{1}{16} (3t_1 + 5t_2) \rho \frac{(\Delta \rho)}{3} \rightarrow C^7$$

Le calcul du coefficient C^1 est direct, car les dérivées fonctionnelles de ces parties locales de l'énergie sont équivalentes à de simples dérivées :

$$C^1 = \int dr r^2 \left[\frac{3}{5} \frac{10}{9} \frac{\hbar^2}{2m} \rho^{-1/3} + \frac{3}{4} t_0 + \frac{3}{8} t_3 \rho \right] \delta \rho(r)^2 \cdot \int d\Omega Y_{L0}^* Y_{L0} \quad (16)$$

Les termes invoquant des gradients sont un peu plus compliqués. Détaillons les calculs pour le coefficient C^2 . La première étape consiste à calculer la dérivée fonctionnelle d'un terme $(\nabla \rho)^2$:

$$\frac{\delta}{\delta \rho(\mathbf{r})} \int d^3 r_1 (\nabla \rho^2) |_{\rho_0} = \int d^3 r_1 2 \nabla \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \nabla \rho(\mathbf{r}_1) = -2 \Delta \rho(\mathbf{r}) \quad (17)$$

La seconde dérivée fonctionnelle vient immédiatement :

$$\frac{\delta}{\delta \rho(\mathbf{r}')} [-2 \Delta_r \rho(\mathbf{r})] = -2 \Delta_r \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (18)$$

Une fonction de Dirac comme son laplacien, n'ont de sens qu'au niveau intégral. Ainsi le calcul du coefficient C^2 conduit à la formule suivante :

$$C_L^2 \propto \int d^3 r d^3 r' \left(\frac{\delta^2 [\int d^3 r_1 (\nabla \rho)^2]}{\delta \rho(\mathbf{r}) \delta \rho(\mathbf{r}')} \right)_{\rho_0} \delta \rho_L(\mathbf{r}) \delta \rho_L(\mathbf{r}') = \quad (19)$$

$$- \int d^3 r d^3 r' 2 \Delta \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta \rho_L(\mathbf{r}) \delta \rho_L(\mathbf{r}')$$

En intégrant par partie, cette formule se réduit à :

$$C^2 = -\frac{1}{64} (9t_1 - 5t_2) \int d^3 r 2 (\nabla \delta \rho_L(\mathbf{r}))^2 \quad (20)$$

Le seul problème est désormais de calculer l'intégrale angulaire. Il est utile d'utiliser la formule du gradient pour une fonction dont la partie angulaire est une harmonique sphérique [VERS].

$$\nabla f(r) Y_{LM} = -\sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} \left(\frac{\partial f}{\partial r} - \frac{L}{r} f \right) Y_{LM}^{L+1} + \sqrt{\frac{L}{2L+1}} \left(\frac{\partial f}{\partial r} \frac{L+1}{r} f \right) Y_{LM}^{L-1} \quad (21)$$

où la fonction $Y_{LM}^{L'}$ sont les harmoniques sphériques tenseurs qui possèdent les mêmes relations d'orthonormalité que les harmoniques sphériques habituelles :

$$\int d\Omega Y_{JM}^L(\Omega) Y_{J'M'}^{L'}(\Omega) = \delta_{MM'} \delta_{LL'} \quad (22)$$

Ainsi pour une densité initiale $\rho_0(r)$, la contribution C_L^2 :

$$C^2 = \int dr r^2 C_r^2 = \quad (23)$$

$$\frac{1}{32}(9t_1 - 5t_2) \int dr r^2 \frac{L+1}{2L+1} \left(\frac{\partial \delta \rho}{\partial r} - \frac{L}{r} \delta \rho \right)^2 + \frac{L}{2L+1} \left(\frac{\partial \delta \rho}{\partial r} + \frac{L+1}{r} \delta \rho \right)^2$$

Les calculs des autres contributions sont du même type et nous ne présenterons pas le détail des intégrales associées. Notons simplement que la dérivée fonctionnelle pour le terme C^4 peut poser des difficultés; On pourra utiliser la formule bien connue:

$$\frac{\delta^2}{\delta \rho(r) \delta \rho(r')} \int d^3r \rho^\alpha (\nabla \rho)^2 = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') [-\alpha(\alpha-1) (\nabla \rho)^2 \rho^{\alpha-2} - 2\alpha \rho^{\alpha-1} \delta \rho] \quad (24)$$

$$- 2\rho^\alpha \Delta \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - 2\alpha \rho^{\alpha-1} \nabla \rho \cdot \nabla \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

Les autres coefficients C^n sont donnés par:

$$C^3 = \frac{1}{16}(3t_1 + 5t_2) \cdot \int dr r^2 \left[\frac{40}{9} \frac{3}{5} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{2/3} \right] \delta \rho(r)^2; \quad (25)$$

$$C^4 = \frac{\hbar^2}{72m} \left[\int dr r^2 2 \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0^3} \delta \rho(r)^2 - \int dr r^2 4 \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} \delta \rho(r) \nabla \delta \rho(r) + \right. \quad (26)$$

$$\left. \int dr r^2 \frac{2}{\rho_0} C_r^2 \frac{32}{9t_1 - 5t_2} \right];$$

$$C^5 = 0; \quad (27)$$

$$C^6 = \frac{1}{36} \frac{1}{16}(3t_1 + 5t_2) \left[C^2 \frac{32}{9t_1 - 5t_2} \right]; \quad (28)$$

$$C^7 = \frac{1}{48}(3t_1 + 5t_2) \left[C^2 \frac{32}{9t_1 - 5t_2} \right]; \quad (29)$$

A.2.2 Termes coulombiens

La contribution des termes coulombiens se réduit à des intégrales de la partie radiale $\delta\rho(r)$ des perturbations de densité grâce l'utilisation la décomposition multipolaire de $1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$:

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{4\pi}{r_{>}} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{2l+1} \left(\frac{r_{<}}{r_{>}}\right)^l \sum_m Y_{lm}(\Omega) Y_{lm}^*(\Omega') \quad (30)$$

où $r = r_{>}$ et $r' = r_{<}$ si $r > r'$, et inversement $r' = r_{>}$ et $r = r_{<}$ si $r' > r$.

A l'aide des relations d'orthonormalité des harmoniques sphériques, les intégrales angulaires se simplifient, et finalement pour un profil de densité telle que la densité de protons soit une fraction constante de la densité totale on trouve:

$$C^{Coulomb} = \left(\frac{Z}{A}\right)^2 e^2 \int dr r^2 \left[f(r) \delta\rho(r) + -\left(\frac{Z}{A}\right)^{-2/3} \frac{1}{3} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \rho^{-1/3} \delta\rho(r)^2 \right] \quad (31)$$

avec:

$$f(r) = \int dr r^2 \frac{4\pi}{2L+1} \left(\frac{r_{<}^L}{r_{>}^{L+1}} \right) \delta\rho(r) \quad (32)$$

Annexe B

RPA

B.1 RPA dans une boite périodique

Afin de tester la méthode du chapitre 5, il est utile de considérer d'abord une boite cubique de matière, avec des conditions au bord périodiques. Cette étude nous permet de faire le pont avec la matière infinie.

Considérons donc un système cubique de côté L dont les fonctions d'onde sont données par :

$$|\phi_i\rangle = \frac{1}{L^{3/2}} e^{\frac{2\pi}{L}(i n_x x + i n_y y + i n_z z)} \quad (1)$$

où $n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, 3, \dots$

Contrairement au système sphérique, nous connaissons à priori les modes propres d'une boite cubique: Ce sont des ondes planes satisfaisant les conditions aux limites soit:

$$\delta\rho(\mathbf{r}, t) = \alpha(t)[e^{i k_m x} + e^{-i k_m x}] \quad (2)$$

avec $k_m = \frac{2\pi}{L}n$. La perturbation induite au champ moyen dépendant de la densité est alors:

$$\begin{aligned} \delta h(r, t) &= \frac{\delta U[\rho]}{\delta \rho} \delta \rho(r, t) = \left[\frac{3}{4} t_0 + \frac{(\sigma + 1)(\sigma + 1)}{16} t_3 \rho^\sigma - c k_m^2 \right] \delta \rho(r, t) \quad (3) \\ &= F(k) \delta \rho(r, t) \end{aligned}$$

La relation de dispersion s'écrit alors simplement:

$$\frac{1}{F(k)} = \frac{1}{L} \sum_{|n_i| > |n_j|} 8 \cdot 2 \frac{|\epsilon_i - \epsilon_j|}{\epsilon_i - \epsilon_j^2 - \omega^2} \delta(n_x i - n_x j - n) \cdot \delta(n_y i - n_y j) \cdot \delta(n_z i - n_z j) \quad (4)$$

Lorsque le noyau atteint des régions à basse densité le facteur $1/F(k)$ devient négatif, et les solutions ω deviennent imaginaires. Nous pouvons noter que le taux maximum des instabilités est de l'ordre de $|\omega_{k_{max}}| = 0.04 \text{ fm}/c$ et se produit à $k_{max} = 1 \text{ fm}$ à environ un tiers de la densité de saturation. Ceci est en

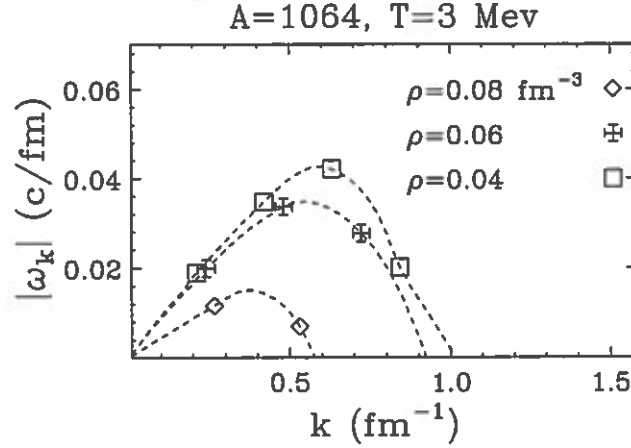


Figure B.1: Relations de dispersion pour un cube de matière, avec conditions au bord périodiques à la température de 3 MeV. Nous avons utilisés ici le champ moyen du chapitre 5 donnant une compressibilité de 350 MeV.

complet accord avec les relations de dispersion quantiques [AYI95] obtenues dans la matière nucléaire avec la force de Cassing [CAS90].

Le nombre d'orbitales à considérer est assez important pour que le calcul des $|\omega_k|$ converge. La figure 2 représente différentes relation de dispersion obtenu en considérant un certains nombre d'état de particule au dessus de la niveau de Fermi. Il est nécessaire de prendre en compte des états de particule à très haute énergie pour obtenir les taux d'instabilités des modes de grand nombre d'ondes: Environ 80 MeV au dessus du niveau de Fermi à la densité de la figure 2.

Un calcul RPA complet devrait donc inclure un nombre important d'états particule-trou pour donner de bonne réponse.

B.2 Calcul de l'équation de dispersion pour un noyau sphérique

Reprenons en détail le calcul de l'équation de dispersion radiale obtenue pour un noyau sphérique. En partant de la condition de self-consistence entre l'évolution d'une perturbation $\delta\rho(r, t)$ et l'évolution de la fluctuation de la matrice densité à un corps décrite par l'équation TDHF, nous étions arrivé l'équation suivante:

$$\frac{\hbar}{K} = \sum_{\epsilon_i > \epsilon_j} (\rho_j - \rho_i) \frac{2 \omega_{ij}}{\omega^2 - \omega_{ij}^2} | \langle n_i l_i m_i | G | n_j l_j m_j \rangle |^2 \quad (5)$$

où $\hbar\omega_{ij} = \epsilon_i - \epsilon_j$.

La fonction G a été choisi proportionnelle à la perturbation du champ moyen:

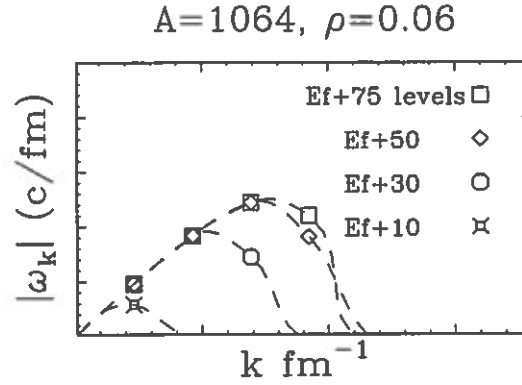


Figure B.2: Illustration de la convergence des calculs des taux d'instabilité en fonction du nombre de niveaux pris en compte. Les modes de petite longueur d'onde convergent en dernier

$$G(r) = g_r \tilde{Y}_{lm} = \left(\frac{3}{4} t_0 \rho_0 + \frac{6}{16} t_3 \rho_0 + c \nabla^2 \right) j_l(kr) \rho_0 \tilde{Y}_{lm} \quad (6)$$

où $\tilde{Y}_{lm} = (Y_{lm} + hc) / \sqrt{2(1 + \delta_{m0})}$, et le facteur de normalisation s'exprime par:

$$K = \left[\left(\int r^2 dr j_l(kr) \rho_0(r) g_r(r) \right) \right]^{-1} \quad (7)$$

Le théorème de Wigner-Eckart établit que un élément de matrice d'un opérateur tensoriel T_m^l est directement proportionnel à un coefficient $3j$.

$$\langle n_j l_j m_j | T_m^l | n_i l_i m_i \rangle = (-1)^{l_i - m_i} \begin{pmatrix} l_j & l & l_i \\ -m_j & m & m_i \end{pmatrix} \langle n_j l_j || T^l || n_i l_i \rangle \quad (8)$$

où $\langle n_j l_j || T^l || n_i l_i \rangle$ est l'élément de matrice réduit de T_m^l ne dépendant pas de m_i, m_j ou m , et $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$ représente les coefficients $3j$.

En notant que $Y_{lm}^* = (-1)^m Y_{lm}$, on peut d'abord écrire:

$$\begin{aligned} & \langle n_i l_i m_i | G | n_j l_j m_j \rangle = \\ & \langle n_i l_i || G || n_j l_j \rangle \left[(-1)^{l_i - m_i} \begin{pmatrix} l_j & l & l_i \\ -m_j & m & m_i \end{pmatrix} + (-1)^{m + l_i - m_i} \begin{pmatrix} l_j & l & l_i \\ -m_j & -m & m_i \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

Pour un système sphérique les énergies e_i ne dépendent pas de m_i , donc on peut sommer sur m_i, m_j sans se soucier du terme ω_{ij} . En utilisant la relation de fermeture

$$\frac{\delta_{l,l'} \delta_{m,m'}}{2L+1} = \sum_{m_i, m_j} \begin{pmatrix} l_j & l & l_i \\ m_j & m & m_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_j & l & l_i \\ m_j & m & m_i \end{pmatrix} \quad (10)$$

on obtient sans problème:

$$\frac{\hbar}{K} = \sum_{n_i, n_j, l_i, l_j: \epsilon_i > \epsilon_j} (\rho_j - \rho_i) \frac{2 \omega_{ij}}{\omega^2 - \omega_{ij}^2} \frac{|< n_i l_i || G || n_j l_j >|^2}{2l+1} \quad (11)$$

L'élément de matrice réduit est indépendant de (m_i, m, m_j) , on peut donc l'obtenir de l'application du théorème de W.E. pour des valeurs quelconques de ces variables : par exemple, pour $(m_i = 0, m_j = 0, m = 0)$ on a

$$< n_i l_i || G || n_j l_j > = \frac{1}{\begin{pmatrix} l_j & l & l_i \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}} \int dr r^2 h_{n_j l_j} g_r h_{n_i l_i} \cdot \int d\Omega Y_{l_0} Y_{l_i 0} Y_{l_i 0} \quad (12)$$

où $h_{n_j l_j} Y_{l_i m_i} = < r | n_i l_i m_i >$. L'intégrale de trois harmoniques sphériques est connue:

$$\int d\Omega Y_{l_0} Y_{l_i 0} Y_{l_i 0} = \sqrt{\frac{(2l+1)(2l_j+1)(2l_i+1)}{4\pi}} \begin{pmatrix} l_j & l & l_i \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2, \quad (13)$$

Et on obtient finalement l'expression (20) du chapitre 5:

$$\frac{\hbar}{K_r} = \sum_{\epsilon_i > \epsilon_j} (\rho_j - \rho_i) \frac{2 \omega_{ij}}{\omega^2 - \omega_{ij}^2} \frac{(2l_i+1)(2l_j+1)}{4\pi} \begin{pmatrix} l_j & l & l_i \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \quad (14)$$

$$\left[\int r'^2 dr' h_{n_i, l_i} h_{n_j, l_j} g_r(r) \right]^2$$

avec

$$g_r(r) = \frac{\delta h(r, t)}{\delta \alpha} = \left[\frac{3}{4} t_0 + \frac{(\sigma+1)(\sigma+2)}{16} t_3 \rho^\sigma + c \left(\frac{L(L+1)}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{d}{dr} \right) \right] f_l(kr). \quad (15)$$

Annexe C

Comparaison des différentes approches

Dans cette thèse, nous avons employé trois types de calcul pour établir les relations de dispersion $\omega = \omega(k)$ dans la région spinodale. Afin de faire le point sur les caractéristiques de ces approches nous présentons sur la figure (C.1) une comparaison des solutions des différentes équations de dispersion.

Nous avons utilisé pour ces calculs un même champ moyen, de la forme suivante:

$$U(\rho) = \frac{3}{4}t_0\rho + \frac{(\sigma+2)}{16}t_3\rho^{\sigma+1} + c \nabla^2\rho \quad (1)$$

Après avoir rappelé les équations à résoudre dans chacune des approches nous discutons des différences entre les relations de dispersions obtenues...

C.1 Réponse linéaire à l'équation de Vlasov

Dans les chapitres 2 et 3, nous avons établi les relations de dispersion grâce à la linéarisation de l'équation de Vlasov pour des systèmes à deux dimensions. Dans cette annexe, nous avons résolu l'équation de dispersion suivante pour un fluide de Fermi à trois dimensions:

$$1 - (F(k))_{\rho_0} \cdot \Pi_0(k, \omega) = 0 \quad (2)$$

où $F(k) = [\frac{3}{4}t_0 + \frac{(\sigma+2)(\sigma+1)}{16}t_3\rho^\sigma - c k^2]$ Par ailleurs, la fonction Π_0 est donnée par:

$$\Pi_0(k, \omega) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^2\hbar^3} \frac{\mathbf{k} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f_0(p)}{(\omega - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{m})} \quad (3)$$

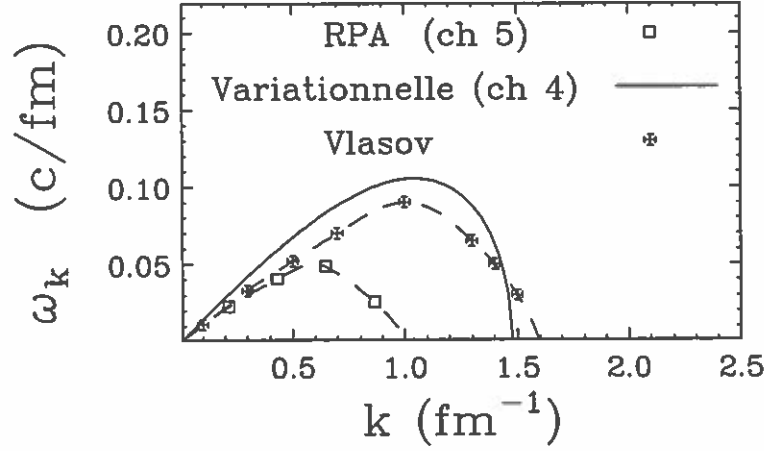


Figure C.1: *comparaison des relations de dispersion pour la matière nucléaire. L'approche variationnelle du chapitre 4, la relation de dispersion obtenue de la réponse linéaire à l'équation de Vlasov, et la RPA pour un cube de matière sont présentés à $\rho = 0.06 \text{ fm}^{-3}$ et $T=0$ avec le même champ moyen.*

C.2 Méthode variationnelle

Les fréquences ω_k des oscillations sont données dans cette approche par la relation: $\omega_k^2 = C_k/M_k$. La masse dynamique M_L s'exprime par

$$M_k = \frac{L^3}{2} \rho_0 \left[\frac{1}{m^*} \right] k^2, \quad (4)$$

quant à la force de rappel C_L , elle est donnée par :

$$C_k = \left[\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\tau_{TF}}{\rho^2} \left(\frac{10}{9} \right) + \frac{3}{4} t_0 + \frac{(\sigma+2)(\sigma+1)}{16} t_3 \rho^\sigma + \frac{\hbar^2}{72m} \frac{2}{\rho_0} k^2 - 2ck^2 \right] (M_k)^2 \quad (5)$$

C.3 RPA pour un cube de matière

Nous avons utilisé ici l'équation dérivée pour un cube de matière de l'annexe B (les calculs ont été réalisés pour un système de 1472 particules):

$$\frac{1}{F(k)} = \frac{1}{L} \sum_{|n_i| > |n_j|} 8 \cdot 2 \frac{|\epsilon_i - \epsilon_j|}{\epsilon_i - \epsilon_j^2 - \omega^2} \delta(n x_i - n x_j - n) \cdot \delta(n y_i - n y_j) \cdot \delta(n z_i - n z_j) \quad (6)$$

$$\text{avec } F(k) = \left[\frac{3}{4} t_0 + \frac{(\sigma+1)(\sigma+1)}{16} t_3 \rho^\sigma - c k_m^2 \right]$$

C.4 Discussion

Comme nous l'avons déjà souligné, les approches semi-classiques surestiment la valeur des taux d'instabilité obtenus par une approche quantique (RPA). En effet, l'énergie de surface associée à la nature quantique des nucléons n'est pas prise en compte dans les approches Vlasov. Il en est de même dans l'approche variationnelle, car l'énergie de surface incluse dans les corrections quantiques $\tau_2[\rho]$ de la théorie de Thomas-Fermi généralisée sont loin d'être suffisantes.

Dans l'approche RPA, l'énergie de surface induite par le terme cinétique $\hbar|\nabla\phi|^2/2m$ stabilise les modes de petite longueur d'onde. La valeur de la coupure ultraviolette k_c est beaucoup plus faible que dans les approches semi-classiques, comme le précise la référence [AYI95]. Cette contribution quantique diminue d'environ 40 % les taux d'instabilité par rapport aux calculs semi-classiques, comme le montre la figure (C.1).

Notons également que l'approche variationnelle fournit des taux d'instabilité légèrement plus forts que ceux prédits grâce à l'équation de Vlasov. En effet le calcul variationnel est un calcul hydrodynamique : on suppose implicitement que les instabilités spinodales ne déforment pas la distribution dans l'espace des impulsions \mathbf{p} puisque que l'on ne travaille qu'avec des quantités dépendant de \mathbf{r} . Cependant, l'isotropie dans l'espace des impulsions n'est conservée lors d'une décomposition spinodale puisque les fluctuations de densité vont déformer localement la distribution dans l'espace des impulsions. La déformation de la sphère de Fermi est incluse dans les calculs Vlasov, qui utilisent une fonction de distribution $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ dans l'espace des phases.

La comparaison du calcul variationnel et le calcul Vlasov des relations de dispersion pour des modes (de volume) dans la matière nucléaire conduisent à un résultat similaire à 10 % près. Cette comparaison nous permet d'affirmer que l'hypothèse d'isotropie dans l'espace des impulsions, qui est implicite dans l'approche variationnelle, n'a qu'une influence faible sur le développement initial des instabilités dans la matière infinie.

Bibliographie

- [ABR58] A.A. Abrikosov et I.M. Khalathikov
Soviet Phys. Uspekhi **66** Nb 1(1958) 68
- [AND80] H.C. Andersen
J. Chem. Phys, **72**(1980) 2384
- [AYI88] S. Ayik and C. Gregoire
Phys Lett **B212** (1988) 269
- [AYI90] S. Ayik and C. Gregoire
Nucl. Phys. **A513** (1990) 187
- [ASS90] S.Ayik, E.Suraud, J.Stryjewski and M.Belkacem
Z. Phys **A337** (1990) 413
- [AYI95] S. Ayik, M. Colonna and Ph. Chomaz
Phys. Lett. **B353** (1995) 417
- [BAL95] M. Baldo, G.F. Burgio et A.Rapisarda
Phys. Rev.**C51**, (1995) 198
- [BAU86] W. Bauer et al
Nucl. Phys. **A452** (1986) 699
- [BAU92] W. Bauer, G.F. Bertsch et H. Shultz
Phys. Rev. **C51** (1995) 198
- [BEL94] M. Belkacem, V. Latora et A. Bonasera
Phys. lett. **B326** (1994) 21
- [BEL95] M. Belkacem, V. Latora et A. Bonasera
Phys. Rev. **C52** (1995) 271
- [BERT] G.F. Bertsch and R.A. Broglia
Oscillations in finite quantum systems (1994)
Cambridge University Press

- [BER88] G.F. Bertsch and S. Das Gupta
Phys. Rep. **160** (1988) 190
- [BER83] G.F. Bertsch and P.J. Siemens
Phys. Lett. **B126** (1983) 9
- [BER56] R.A. Berg and L. Wilets
Phys. Rev. **122** (1956) 1926
- [BIZ93] G.Bizard et al
Phys. Lett. **B302** (1993) 162
- [BIN87] K.Binder
Rep. Prog Phys **50** (1987) 783
- [BOH53] D.Bohm and Pines
Phys. Rev. **92** (1953) 609, 301,454
- [BON79] J.P. Bondorf
Proceeding of EPS conference on large amplitude collective motion,
Keszthely, Hungary Juin 1979
- [BON84] P. Bonche, S. Levit et D. Vautherin
Nucl. Phys. **A427** (1984) 278
- [BOU89] R.Bougault et al
Phys. Lett. **B232** (1989)291
- [BRA85] M.Brack, C.Guet and H.B. Hakansson
Phys.Rep. **123** (1985) 275
- [BOH69] A.Bohr et B. Mottelson
Nuclear structure vol I, p. 269-270
- [BOR93] B.Borderie, B. Remaud, M.F. Rivet et F. Sébille
Phys. Lett. **B302** (1993) 15
- [BON95] J.P. Bondorf et al
Phys. Rep. **257** nb 3 (1995)
- [BUR91] G.F.Burgio, Ph.Chomaz, and J.Randrup
Nucl. Phys. **A529** (1991) 157
- [BUR91] G.F.Burgio, Ph. Chomaz and J.Randrup
Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 885
- [BUR94] G.F.Burgio, M.Baldo et A.Rapisarda
Phys. Lett. **B321** (1994) 307

- [CAM85] X.Campi et J.Desbois
Winter meeting, Bormio (Italy), (1985) p 498
- [CAS90] W. Cassing, V. Metag, U. Mosel and K. Niita
Phys. Rep. **188** (1990) 363
- [COL94] M. Colonna, Ph. Chomaz
Phys. Rev. **C49** Nb 4, (1994) 1908
- [CCR94] M. Colonna, Ph. Chomaz et J. Randrup
Nucl. Phys. **A567** (1994) 637
- [COL95] M.Colonna,Ph. Chomaz, A. Guarnera et al
Phys. Rev. **C51** nb 5(1995)2671
- [CUR83] M.W. Curtin et al
Phys. Lett. **123B** (1983), 289
- [DIU89] B.Diu, C.Guthmann, D. Lederer et B. Roulet
Physique statistique (1989) Hermann
- [DOR88] C. Dorso and J. Randrup
Phys. Lett. **B215** (1988) 1870
- [DIR30] P.A.M. Dirac, Proc Camb. Phil. Soc. 26 (1930) 376. 488
- [DRO82] S.Drozd, J. Okolowicz et M. Ploszajczak
Phys. Lett. **B109** (1982) 150
- [DUR95] D. Durand et al
Phys. Lett. **B345** (1995) 291
- [DUR93] D. Durand, B. Tamain
Cours de L'école Joliot-Curie(1993)
- [FAI83] G. Fai and J. Randrup
Nucl.Phys. **A404** (1983) 551
- [FEL90] H. Feldmeier
Nucl.Phys. **A515** (1990) 147
- [FOC30] V.A. Fock
Z.Phys **61** (1930)126 193
- [FYN82] J.E. Fynn et al
Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 1321

- [GEL57] M. Gell-Mann and K.A. Bruekner
Phys. Rev. **106** (1957) 306. 178
- [GIA76] M.J. Giannoni, D. Vautherin, M. Vénéroni, et D. Brink
Phys. Lett. **63B** (1976) 563
- [GIR70] B. Giraux, J. Le Tourneux, et S.K.M.Wong
Phys. Lett. **32B** (1970) 23. 268.
- [GRO90] D.H.E. Gros
Rep. Prog. Phys. **53** (1990) 605
- [GRO92] D.H.E. Gros, Bao-An Li and A.R. De Angelis
Ann. Phys. **1** (1992) 605
- [GUA96] A.Guarnera
thèse de doctorat, université de Caen
- [GCC96] A. Guarnera, M. Colonna et Ph. Chomaz
Phys. lett. **373** (1996) 267
- [GUN80] J.D. Gunton, M. San Miguel and Parandeep S. Sahni
Phase transition and critical phenomena, Vol. 8 p. 269
Ed: Domb, New york (Academic)
- [HAR28] D.R. Hartree
Proc Camb. Phil. Soc. **24** (1928) 89. 193
- [HAA87] B.Ter Haar, R. Malfiet
Phys. Rep **149C** (1987) 207
- [HEI90] H.Heiselberg, C.J. Pethick and D.G. Ravenhall
Nucl.Phys **A519** (1990) 279c
- [HEI88] H. Heiselberg, C.J. Pethick, and D.G. Ravenhall
Phys. Rev. Lett. **61** (1988) 818
- [HOL79] G. Holzwarth and G. Eckart
Nucl. Phys. **A325** (1979) 1
- [HOO84] W.G.Hoover
Phys Rev **A31** (1984) 1695
- [JAQ83] H.Jacquaman, A.Z. Mekjian, and L.Zamick
Phys Rev **C27** (1983) 2782
- [JGC96a] B. Jacquot, A. Guarnera, Ph. Chomaz et M. Colonna
Phys. Lett B à paraître

- [JCC95] B. Jacquot, M. Colonna, Ph. Chomaz et A. Guarnera
Phys. Lett. **B359** (1995) 268
- [JGC96b] B. Jacquot, A. Guarnera, Ph. Chomaz et M. Colonna
Phys. Rev. C à paraître
- [JAC96] B. Jacquot, S. Ayik, Ph. Chomaz et M. Colonna
Phys. Lett B à paraître
- [JCA96] B. Jacquot, M. Colonna, S. Ayik et Ph. Chomaz
soumis à Nucl. Phys.
- [KRI79] H. Krivine and J. Treiner
Phys Lett **88B** (1979) 212
- [KRI80] H. Krivine and J. Treiner
Nucl. Phys. **A366** (1980) 155
- [LAND] L.D. Landau and E.M. Lifshitz
Statistical physics (1958), Oxford: Pergamon, p 107
- [LAN57] L.D. Landau
Soviet Phys. JETP **3** (1957) 920
Soviet Phys. JETP **5** (1957) 101
- [LEJ86] A. Lejeune et al
Nucl.Phys **A453**(1986)189
- [LEN90] R.J. Lenk, T.J. Schlagel et V.R. Pandharipande
Phys. Rev. **C42** nb 1 (1990) 372
- [LEV85] S. Levit et P. Bonche
Nucl. Phys. **A437** (1985) 426
- [LOO96] T. Lookman et al
Phys. Rev. **E53** 5513
- [LOP90] J.A .Lopez and J. Randrup
Nucl.Phys. **A512** (1983) 345
- [LOP93] O. Lopezo, thèse de doctorat
université de Caen (1993)
- [LYN82] W.G. Lynch
Ann. Rev. Nucl. Part. Sci **37** (1987) 493
- [NOS84] S. Nosé
J.Chem. Phys. **81** (1984) 511

- [NEG87] J.W. Negele et H. Orland
Quantum Many Particle Systems, chapter 4,
Addison-Wesley 1987
- [MOR88] L.G. Moretto and G.J. Wozniak
Prog. Part and Nucl. Phys. **21** (1988) 401 379
- [MOR92] L.G. Moretto, K. Tsuo, N. Colonna and G.J. Wozniak
Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 1884
- [MOR93] L.G. Moretto and G.J. Wozniak
Ann. Rev. Nucl. Part. Sc. **43**,379 (1993) 379
- [ONO92] A. Ono et al
Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 2898
- [PAN84] A.D. Panagiotou et al
Phys.Rev.Lett. **52** (1984) 289
- [PET88] C.J. Pethick and D. G. Ravenhall
Ann. Phys. (New York) **183** (1988) 131
- [RAN90] J. Randrup and B. Remaud
Nucl.Phys. **A514** (1990) 339
- [RINGa] P. Ring and P. Shuck
The Nuclear Many-Body Problem, Spring-Verlag, New York(1980)
Chapter 5.
- [RINGb] P. Ring and P. Shuck
The Nuclear Many-Body Problem, Spring-Verlag, New York(1980)
Chapter 7.
- [SAU76] G.Sauer, H.Sandra et U.Mosel
Nucl. Phys. **A264** (1976) 221
- [SKY56] T.H.R. Skyrme
Phil. Mag. **1**,1043 (1956)
- [SLA51] J.C. Slater
Phys. Rev. **81** (1951) 385
- [SUR90] E. Suraud
Cours de l'école Joliot-Curie (1990)
- [VAU72] D. Vautherin et D. Brink
Phys. Rev. **C5**, nb 3(1972) 626

- [VAU84] D. Vautherin et N. Vinh Mau
Nucl. Phys **A422**, (1984) 140
- [VAU86] D. Vautherin et M. Vénéroni
proceedings of the First International Spring Seminar on Nuclear Physic
(1986) 13
- [VAU87] D. Vautherin, J. Treiner et M. Vénéroni
Phys. Lett. **B191**, nb 1 (1987) 6
- [VERS] D.A. Vershalovich, A.N. Moskalev et V.K. Kersonskii
Quantum theory of angular momentum (1987) Word scientific
- [WAA73] J.D. Van Der Waals
Over der continuïteit van den Gas en Vloeistoestand (thèse, Leiden
1873)
- [WEA66] J.A. Wheatley
Quantum fluids p 183 (1966) (Brewer et North-Holland)
- [WIL77] L. Wilets et al
Nucl Phys **A282** (1977) 341
- [WON73] C. Wong
Ann. Phys. **77** (1973)
- [YAF82] L.G. Yaffe
Rev. Mod. Phys. **54** (1982) 107

Résumé:

Cette thèse est une étude théorique de la décomposition spinodale dans les noyaux qui est directement reliée aux transitions liquide-gaz de la matière nucléaire. Ce type de mécanisme pourrait être responsable de la multifragmentation observée dans les collisions noyau-noyau aux énergies de Fermi. Nous montrons tout d'abord dans un exemple classique que les approximations de champ moyen sont tout à fait adaptées pour décrire la dynamique de système de particules dans la région spinodale. Ensuite, avec des approches de champ moyen, nous étudions quels modes devraient conduire une source nucléaire à se fragmenter, nous discutons l'influence des non-linéarités, de la température, des effets de taille finie, de la portée des forces et des effets quantiques sur le développement des instabilités .

Abstract:

This work is a theoretical study of the spinodal decomposition of nuclei which is directly connected to liquid-gas phase transitions of the nuclear matter. This mechanism could be responsible for the multifragmentation observed in nucleus-nucleus collisions at the Fermi range energy. First, we show on a classical exemple that mean field approximation are suitable to investigate the dynamics of many-particle system inside the spinodal region. Then we determine wich modes could produce the fragmentation of the nucleus with mean field approaches. We discuss the role of non-linearities, temperature, finite size effects, the range of the force and quantum effects on the development of instabilities.

Mots-clés :

collisions (physique nucléaire)

ions lourds

transitions de phases

dynamique moléculaire

Hartree-Fock, méthode d'approximation